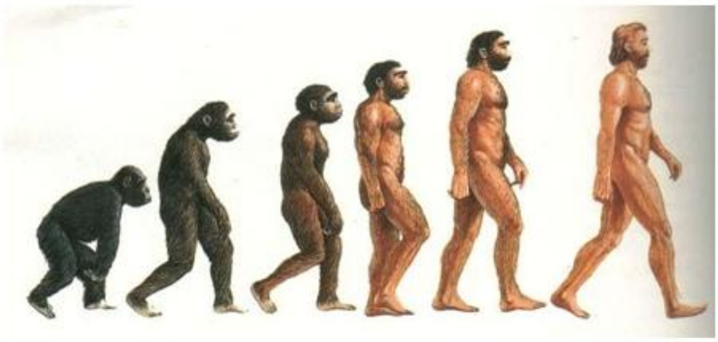
Antonio Fabbrini

LA MATEMATICA SENZA PIAGET

Il metodo analogico nella scuola primaria



Indice

PARTE III – DIARIO DI BORDO

Premessa

Il metodo analogico è un sistema di apprendimento della matematica che nasce dal bisogno di adeguare la didattica alle ultime scoperte della ricerca. Si tratta di un metodo che ha delle basi scientifiche ben consolidate però stranamente si tende a sottacere questa realtà e molti pensano che si tratti di un metodo quasi "naif". Più volte si sente parlare (e si legge) di un metodo che si contrappone alla didattica, che rivaluta i sentimenti e le emozioni o che "segue una via di gioia e di liberazione". Sicuramente attraverso questo metodo il bambino comprende con più facilità la matematica e questo lo porta ad avere una maggiore sicurezza in se stesso e una certa tranquillità psicologica, però affermazioni come "la via dei sentimenti" o "la via del cuore" portano taluni a consideralo "new age" e ascientifico. Così assistiamo al paradosso che molti detrattori del metodo sostengono sia superficiale e senza basi scientifiche mentre è tutto l'opposto. A questo si aggiunge il fatto che in Italia non esistono specialisti formati per insegnare tale metodo: tutto viene lasciato in mano a pochi docenti che decidono di approfondire e sperimentare in prima persona l'approccio analogico. Perché non si parla dei fondamenti scientifici? Forse i ricercatori pensano che i docenti di scuola primaria non siano in grado di comprendere le basi teoriche su cui si poggia. Certo, per comprendere appieno la valenza di questo metodo occorrerebbero approfondite conoscenze di psicologia e di neurobiologia, ma le cose si possono spiegare anche in modo più semplice. Non si tratta di affrontare l'argomento in modo superficiale e semplicistico ma di rendere più facili argomenti che di primo acchito appaiono troppo complessi e di puntare a concetti veramente essenziali per una didattica nella scuola primaria.
Questo è ciò che ho tentato di fare con questo libro: spiegare in modo semplice e chiaro, ma con rigore scientifico, sia le basi teoriche su cui si basa il metodo analogico, sia la mia esperienza diretta nella scuola primaria.

Il testo è suddiviso in tre parti: nella prima parte, (Quale matematica oggi?) si esamina la didattica della matematica che viene insegnata oggi nella scuola primaria, cercando di analizzarne le premesse teoriche e le prospettive future alla luce delle ultime ricerche scientifiche. Nella seconda parte (Introduzione al metodo analogico) si prende in considerazione l'approccio analogico esaminandone i presupposti teorici su cui si basa. Infine nella terza parte (Diario di bordo) racconto i primi due anni della mia esperienza di insegnante di matematica nella Scuola Primaria "Bani" di San Giovanni Valdarno (AR). Mentre le prime due parti sono fondamentalmente teoriche, la terza parte ha una connotazione essenzialmente pratica ed è caratterizzata dalla presenza di numerose immagini realizzate da me o tratte dai quaderni dei bambini, essenziali per comprendere l'attività svolta.

Con questo lavoro mi auguro di spazzare via in un colpo solo tutti i malintesi e i pregiudizi che ci sono riguardo all'utilizzo del metodo analogico nella scuola primaria. Buona lettura.

Antonio Fabbrini

PARTE I

QUALE MATEMATICA OGGI?

Capitolo 1

LE COMPETENZE NUMERICHE

"Rispetto a tantissimi anni fa si insegna sempre allo stesso modo"
GIANFRANCO STACCIOLI

"Testi antiquati e aridi, esercizi sadici e noiosi inflitti con metodi di insegnamento antidiluviani"
PIERGIORGIO ODIFREDDI

La matematica nella scuola primaria

Nel marzo del 2014 leggo su un quotidiano un'interessante articolo riguardante la scuola italiana dal titolo "Scuola, il record di pigrizia degli studenti italiani". L'articolo commenta un'indagine svolta dall'OCSE e mette in risalto come una grande percentuale di studenti italiani considerino la matematica una materia astratta e inutile per l'attività lavorativa, inoltre solo il 41 per cento degli studenti è convinto che un maggiore impegno può portarli a buoni risultati nella scienza dei numeri. Nell'articolo c'è un intervento di Gianfranco Staccioli, pedagogista e docente all'Università di Firenze, il quale sostiene che se gli studenti si scoraggiano è anche colpa dei professori: "*Gli insegnanti dovrebbero fare amare la matematica ma occorre trovare il metodo più efficace. Rispetto a tantissimi anni fa si insegna sempre allo stesso modo*" [1]. Qualche giorno dopo, mi capita di leggere un articolo di Piergiorgio Odifreddi :"La bellezza matematica nascosta nel mondo". Odifreddi (Matematico, logico e saggista) sostiene che la matematica è una disciplina in crisi che molti odiano e analizzando le cause di questo fenomeno commenta: "*Un'ultima spiegazione, pedagogica, ha a che fare con l'anacronismo della nostra scuola. Ministri e funzionari insensibili e inesperti, programmi e testi antiquati e aridi, esercizi sadici e noiosi inflitti con metodi di insegnamento antidiluviani, completano l'opera di allontanamento anche degli studenti meglio disposti. Con queste premesse, non c'è da stupirsi che la matematica sia*

[1] *La Repubblica*, 20 marzo 2014

così poco apprezzata e capita: semmai, ci sarebbe da stupirsi del contrario” [2]. Staccioli e Odifreddi parlano di metodi di insegnamento della matematica antidiluviani e ormai superati, probabilmente si riferiscono alle scuole superiori, ma siamo proprio sicuri che le loro considerazioni non riguardino anche la scuola primaria? Appena mi sono posto questa domanda ecco che si è profilato nella mia mente un ricordo risalente ai primi anni settanta: la mia maestra delle elementari parla con i genitori e gli spiega che per facilitare l’apprendimento della matematica è necessario acquistare i “numeri in colore”, un nuovissimo strumento didattico composto da una scatola contenente regoli colorati che rappresentano i numeri da uno a dieci. Decido di fare una piccola ricerca fra testi scolastici di matematica della prima classe della scuola primaria. Questi i testi da me consultati:

1) “Caramella 1”, Fabbri Editori, gennaio 2014 con ristampe fino al 2018;
2) “Logimat 1”, Edizioni il capitello, agosto 1999;
3) “Matematica 1”, Ed. Minerva Italica, aprile 1990.

Ebbene, sembra incredibile ma, a parte l’aspetto grafico, i tre testi sono pressoché identici: si comincia con la logica e l’ insiemistica, poi si passa ai primi nove numeri presentandoli con i numeri in colore (oggi chiamati semplicemente regoli), quindi si introducono le relazioni tra i numeri (maggiore-minore, precedente-successivo…), poi si presenta l’addizione e la sottrazione (sempre con i primi nove numeri) per giungere ai “mitici” raggruppamenti a basi diverse, anticamera della numerazione decimale presentata con l’abaco (unità e decine) e del valore posizionale delle cifre. Non solo i numeri in colore, ma anche l’abaco è comparso in tempi “antichi”. Ma quando di preciso questi strumenti che ancora oggi usiamo sono comparsi per la prima volta nei banchi di scuola ? La risposta l’ho trovata in un testo di Robert Dottrens del 1968 che io stesso ho studiato ai tempi delle superiori[3], in questo testo si parla dei regoli di Cuisenaire o numeri in colore: “*Da lungo tempo nella “Maison des Petits” di Ginevra si utilizza un materiale studiato dalle signore Audemars e Lafendel da cui i regoli Cuisenaire sembrano derivare direttamente*”[4]. Inoltre si parla anche dell’abaco: “*L’uso dell’abaco in Italia è stato recentemente studiato e sperimentato dai maestri del gruppo matematica e scienza del movimento di cooperazione Educativa*”[5]. In conclusione possiamo affermare che le considerazioni di Staccioli e Odifreddi riguardo al metodo antiquato nell’insegnamento della matematica valgono anche per la scuola primaria: i libri di testo di oggi sono in pratica uguali a quelli di 25 anni fa e gli strumenti didattici che oggi utilizziamo esistevano già negli anni ’60, più di cinquanta anni fa! Questo non significa che tale metodo di insegnamento sia inadeguato e inefficace, ma a questo punto altre domande sorgono spontanee: quando nasce questo metodo che da decenni si insegna nella scuola primaria? Quali sono i presupposti teorici? Ma Soprattutto: Possibile

[2] *La Repubblica*, 28 marzo 2014
[3] **Dottrens R.**, 1968, *Nuove Lezioni di didattica*, Roma, Armando Editore.
[4] Ivi., pp.232-233.
[5] Ivi., p.232.

che in tutti questi anni di progresso scientifico in tutti i campi dello scienza, la didattica della matematica sia sempre la stessa?

Da Piaget a oggi

Chi non conosce Jean Piaget? Lo psicologo svizzero può essere considerato il più importante studioso dello sviluppo dell'intelligenza, colui che ha maggiormente contribuito a modificare l'immagine del fanciullo e dell'educazione nel XX secolo. Ancor oggi la sua influenza è presente nella didattica della matematica e strumenti come l'abaco e i regoli derivano dalle sue importanti scoperte nel campo della pedagogia. Piaget dimostra che la differenza tra il pensiero del bambino e quello dell'adulto è di tipo qualitativo: il bambino non è un adulto in miniatura ma un individuo dotato di struttura propria. Nel 1941 formula le prime fondamentali teorie cognitive riguardo l'elaborazione del concetto di numero: "*La nostra ipotesi è che la costruzione del numero vada di pari passo con lo sviluppo della logica, e che il periodo prenumerico corrisponda a un livello prelogico. Infatti, i nostri risultati mostrano che il numero viene organizzato, stadio dopo stadio, in stretta connessione con la graduale elaborazione di sistemi di inclusione (gerarchia delle classi logiche) e di sistemi di relazioni asimmetriche (seriazioni qualitative), per cui la sequenza di numeri nasce da una sintesi operatoria di classificazione e seriazione*."[6] Quindi, senza logica non è possibile avere accesso al concetto di numero ed è necessario che l'intelligenza del bambino compia il passaggio dal livello del pensiero pre-operatorio (caratteristico del periodo dei 4 e 5 anni), al livello del pensiero operatorio concreto, che invece si svilupperebbe nella fase scolare. In particolare, il bambino deve avere chiari i concetti di serie e di classe: " *La costruzione dei numeri interi, si effettua nel bambino in stretta connessione con quella delle seriazioni e delle inclusioni in classi. Non bisogna credere, infatti, che un bambino piccolo possegga il numero per il solo fatto di aver appreso a contare verbalmente*".[7] Piaget fa notare come la capacità di produrre la sequenza verbale dei numeri nel bambino non sia indice del saper contare utilizzando il concetto di numero visto che solo grazie allo sviluppo della logica il bambino può comprendere la matematica quindi questa può essere insegnata solo a partire dai 6-7 anni di età. Insegnare prima la matematica sarebbe inutile e dannoso perché verrebbe imparata a memoria, senza comprenderne il significato, inculcare con forza questi concetti nella mente del bambino provocherebbe ansia e paura nei riguardi della matematica. Invece di insegnare precocemente i numeri, meglio cominciare dalla logica e dai rudimenti della teoria degli insiemi, la cui padronanza è necessaria per capire il concetto di numero. Importante è anche l'interazione con il mondo esterno: il concetto di numerosità può emergere infatti attraverso la manipolazione di oggetti, come ad esempio, allineare insiemi per stabilire la corrispondenza biunivoca tra i componenti di due insiemi o per distribuire caramelle o giocattoli. Piaget è stato l'autore della più importante teoria sullo sviluppo mentale del bambino, con i suoi studi ha sconvolto

[6] **Piaget J.**, 1952, *The child's conception of number,* p.8, London, Routledge & Kegan Paul.,citato in **Butterworth B.**, 2007, *Lo sviluppo delle capacità aritmetich.,* in *Difficoltà in matematica* n. 4/1 ott.2007, p.12, Trento, Erikson

[7] **Piaget J.**, **Inhelder B.**, 1970, *La Psicologia del bambino,* p.92, Torino, Einaudi editore,.

il campo della psicologia dello sviluppo riconoscendo per la prima volta il ruolo centrale svolto dalla cognizione, però, a partire dagli anni ’80, numerosi ricercatori hanno dimostrato che in realtà bambini piccoli (addirittura in fase neonatale) reagiscono alle proprietà numeriche del loro mondo visivo senza potersi avvalere del linguaggio, del ragionamento astratto o di particolari opportunità di manipolare il loro ambiente. Oggi sappiamo che l’intelligenza numerica (capacità di concepire e pensare al mondo in termini di numeri e quantità numeriche) è un’abilità presente nell’essere umano fin dalla nascita e influenza il nostro modo di interpretare gli stimoli della realtà che ci circonda. Addirittura, numerose ricerche sperimentali hanno dimostrato che anche gli animali sono in grado di discriminare tra differenti serie di elementi in base alla loro numerosità: è ormai noto che ratti e piccioni sono in grado di riconoscere un numero dato di oggetti, anche quando viene modificata la loro posizione nello spazio e che uno scimpanzé sceglie spontaneamente la più grande fra due quantità. È ragionevole pensare che i cuccioli della specie umana fino a sei o sette anni abbiano un’intelligenza numerica inferiore a quella di scimmie e piccioni? D'altronde Concepire il mondo in termini di numerosità è un vantaggio da un punto di vista evolutivo sia per l’uomo che per gli animali: scegliere tra un luogo con molto cibo e uno con poco cibo o riconoscere luoghi con pochi o molti predatori sono state sicuramente abilità fondamentali per la sopravvivenza e l’evoluzione di uomini e animali.

Subitizzazione e stima

Molti esperimenti sono stati condotti sui neonati e si sono avvalsi di una tecnica nota come “abituazione-disabituazione” definita anche “del tempo di fissazione” (looking time method): vengono mostrati ai neonati dei set di oggetti e se dopo ripetute presentazioni il tempo di fissazione del bambino diminuisce significa che si è abituato alla vista di quella quantità; se quando si presenta una quantità differente, il tempo di fissazione aumenta di nuovo vuol dire che il bambino riesce a discriminare tra le due quantità.

Utilizzando la tecnica di abituazione-disabituazione, i ricercatori americani Antell e Keating (University of Maryland Baltimore County) hanno realizzato nel 1983 un interessante esperimento[8]: hanno mostrato a neonati, da uno a dodici giorni di vita, dei cartoncini con disegnati due pallini neri posti a distanza variabile (vedi figura 1). Dopo ripetute visualizzazioni, i neonati cominciavano a porre meno attenzione ai disegni essendosi abituati alla loro presentazione; appena i pallini presentati diventando 3, notavano il cambiamento tornando a “guardare” la nuova configurazione. L’abilità di discriminare tra i due insiemi si manteneva anche quando si procedeva per sottrazione, mostrando prima tre elementi e poi due.

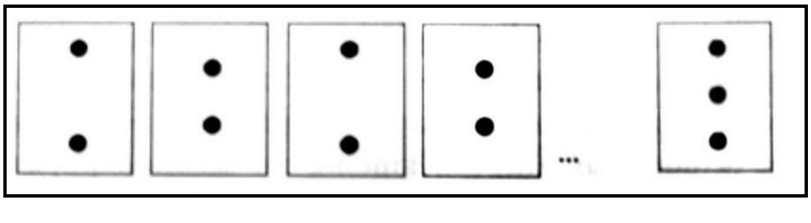


Fig 1

[8] **Antell, S.E.**, **Keating D.P.**, 1983, *Percepition of numerical invariance in neonates* in *Child development*, 54, p.695-701.

Questo tipo di studio è stato replicato in seguito numerose volte, con varie condizioni con set omogenei o eterogenei di oggetti (Starkey, Spelke e Gelman, 1983; Van Loosbroek e Smitsman, 1990; Starkey, 1992) e si è trovato che i bambini riescono a discriminare quantità da un a tre e qualche volta quattro e non solo con oggetti, ma anche con altri tipi di stimoli, ad esempio uditivi. I neonati dunque possiedono l'abilità di discriminare tra piccole quantità senza bisogno di contare. Tale processo percettivo, limitato al riconoscimento di 3-4 elementi è definito subitizzazione (subitizing) [9] ed è un'abilità presente in ognuno di noi fin dalla nascita. Facciamo un esempio pratico:
Quanti sono i pallini?

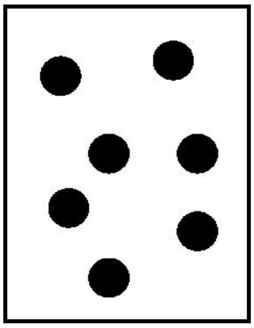


Fig. A

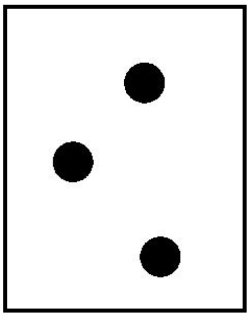
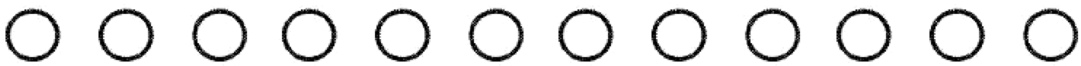


Fig. B

Osservando la figura A, se volete sapere con esattezza quanti sono i punti dovete necessariamente ricorrere al conteggio, osservando invece la figura B avete rapidamente l'immediata identificazione della quantità senza contare quindi subitizzate. L'uomo può subitizzare al massimo 3-4 elementi, oltre occorre contare; ma se vediamo più di 3-4 elementi e non vogliamo o non possiamo contare? In questo caso interviene la stima. La stima è un processo che permette l'individuazione approssimativa di quantità al di fuori del limite del subitizing. Facciamo un esempio pratico:
provate a guardare rapidamente l'immagine sottostante, quanti sono i pallini?



La maggioranza di persone darà una risposta tra 10 e 15, difficilmente risponderà 5 o 25[10].

Acuità numerica

Due ricercatrici americane, Fei Xu (Berkeley University) ed Elisabet S.Spelke (Harvard University), hanno dimostrato che Neonati di pochi mesi di vita sono in grado di discriminare tra insiemi con numerosità elevate, purché la differenza tra i due gruppi sia

---

[9] Il termine "Subitizing" deriva dall'aggettivo latino *subitus* (immediato) ed è stato coniato nel 1949 da E.L. Kaufman, (**Kaufman, E.L.**, **Lord, M.W**., **Reese, T.W.**, **Volkmann J.** (1949). *The discrimination of visual number*. American Journal of Psychology. Nel 2003 viene tradotto in lingua italiana con il termine "immediatizzazione" (**Lucangeli D**.; **Poli S**.; **Molin A**., 2003. *L'intelligenza numerica*., Trento, Erickson). Oggi, per facilità si preferisce usare il termine "subitizzazione".

[10] Citato in **Lucangeli D**., 2012, *La discalculia e le difficoltà in aritmetica*, Firenze, Ed. Giunti, p 15.

abbastanza grande[11]. Le due studiose hanno utilizzato la tecnica di abituazione-disabituazione su un gruppo di neonati di 5-6 mesi di vita mostrando loro alcune figure con 8,12 e 16 pallini (vedi figura 2). Dopo aver visto ripetutamente una figura con 8 pallini, i bambini mostravano un nuovo interesse quando erano presenti 16 pallini (8 vs 16), ma non se me venivano mostrati 12 (8 vs 12). Dunque esiste un sistema approssimativo preposto all'elaborazione di grandi quantità che non riesce a cogliere con precisione differenze minime ma necessita che la differenza tra due insiemi sia sufficientemente grande, tale sistema viene chiamato acuità numerica. L'acuità numerica è la capacità di discriminare tra insiemi di differente numerosità quando non è possibile contare. Più due insiemi sono simili, più è difficile per noi intuire decidere qual è l'insieme che contiene la maggior quantità di oggetti.

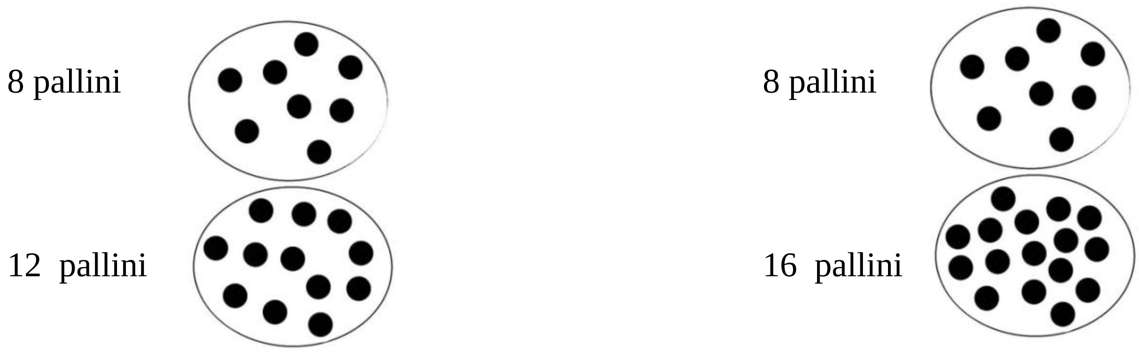


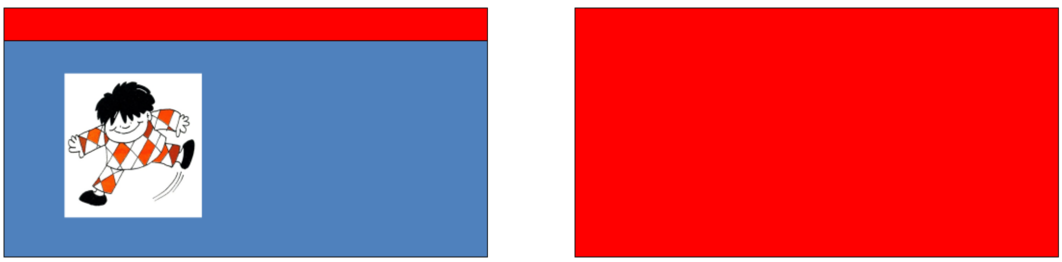
Fig. 2

Aspettative aritmetiche

Possibile che bambini di 5 o 6 mesi possano eseguire semplici operazioni di addizione e sottrazione? Karen Wynn, è una psicologa canadese che insegna Psicologia e scienze cognitive all'Università di Yale. Le sue ricerche hanno da sempre esplorato le capacità cognitive dei neonato e dei bambini piccoli. Nel 1992 dimostra che neonati di 5-6 mesi posseggono delle attese sui risultati di semplici operazioni aritmetiche tanto da rimanere sorpresi quando queste non si verificano, hanno quindi delle aspettative aritmetiche legate al concetto di somma e sottrazione. Vediamo come è stata effettuata la ricerca[12]:

ADDIZIONE

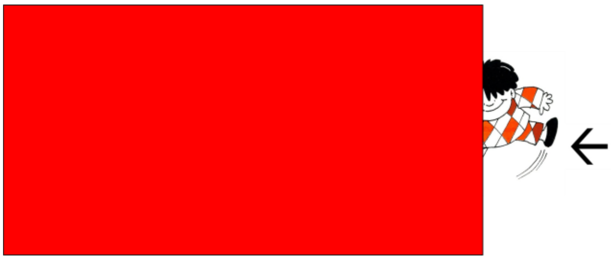
1)Viene prima presentato un pupazzo successivamente nascosto con uno schermo



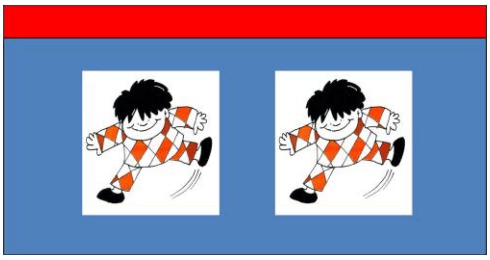
[11] **Xu, F.**, **Spelke E.S.**, 2000, *Large number discrimination in 6-month-old infants*, in *Cognition*, 74, B1-B11.

[12] **Wynn K.**, 1992, *Addition and subtraction by human infants*, in *Nature*, 358, p. 749-750.

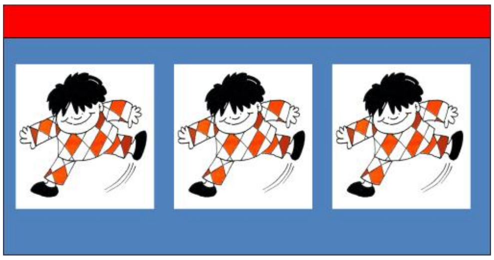
2) Un secondo pupazzo viene collocato dietro lo schermo con il neonato che osserva la scena.



3) Lo schermo viene alzato e il neonato vede due pupazzi. La procedura viene ripetuta più volte di seguito.



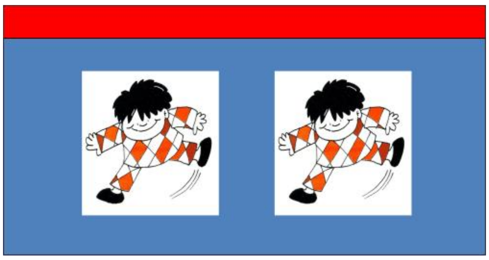
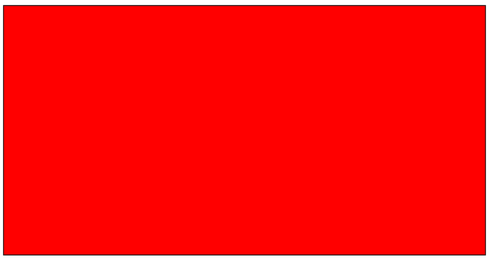
4) Alcune volte però, una volta alzato lo schermo appare un solo burattino sulla scena, oppure tre. In questi casi i tempi di fissazione risultano maggiori.

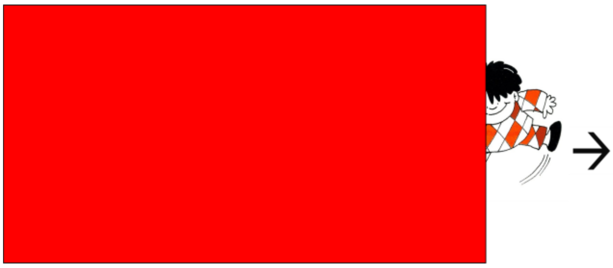
Dunque il bambino, pur senza conoscere i numeri e saper contare, “sa” che 1+1=2 e che le addizioni 1+1=1 e 1+1=3 sono sbagliate. Esperimenti analoghi mostravano anche come il bambino si rendesse conto che 1+2=3.

SOTTRAZIONE

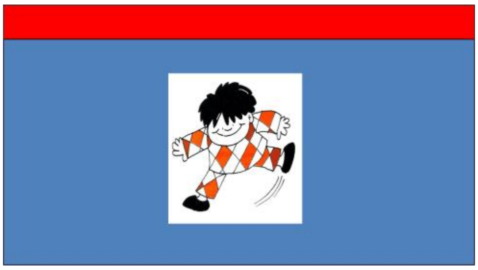
1) Stavolta vengono presentati due pupazzi, poi nascosti con uno schermo

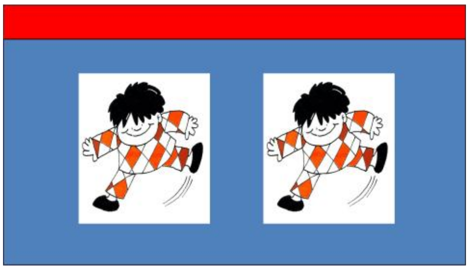
2) Uno dei due pupazzi viene tolto dietro lo schermo con il neonato che osserva la scena.



3) Lo schermo viene alzato e il neonato vede un pupazzo. La procedura viene ripetuta più volte di seguito.



4) Alcune volte però, una volta alzato lo schermo non appare alcun burattino sulla scena, oppure due. In questi casi i tempi di fissazione risultano maggiori.



Anche in questo caso il bambino sa che 2-1=1 e che le sottrazioni 2-1=0 e 2-1=2 sono sbagliate. Sa anche che 3-2=1 e 3-1=2.

Abilità di conteggio

Abbiamo visto che le ultime scoperte della ricerca tendono ad evidenziare le grandi potenzialità dei bambini fin dalla nascita e suggeriscono l'esistenza di almeno tre tipi di abilità matematiche innate: La subitizzazione, l'acuità numerica e la stima. Si tratta di abilità presenti nei neonati sin dai primi mesi di vita che possono quindi essere definite pre-verbali, abilità che la scuola purtroppo non prende in considerazione nonostante la loro importanza. Un recente studio condotto da Manuela Piazza e altri ricercatori ha dimostrato l'importanza di queste abilità testandole in un gruppo di bambini di 10 anni con diagnosi di discalculia pura[13]: dai risultati è emerso che i bambini discalculici presentavano un indice sensibilmente

[13] **Piazza M.**, **Facoetti A.**, **Trussardi A.N.**, **Berteletti I.**, **Conte S.**, **Lucangeli D.**, **Dehaene s.**, **Zorzi M.**, 2010, *Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmentaldyscalculia*, in *Cognition*, 116, p. 33-41. Citato in **Lucangeli D.**, 2012, *La discalculia e le difficoltà in aritmetica*, Firenze, Ed. Giunti, p 15.

inferiore a quello dei coetanei non discalculici, paragonabile a quello di bambini di 5 anni, dunque “allenare” queste abilità nella scuola primaria sarebbe sicuramente una cosa positiva. La maggior parte delle ricerche pubblicate negli ultimi 25 anni sulle conoscenze matematiche dei bambini in età prescolare trovano le loro basi teoriche negli studi di R.Gelman e C.R. Gallister, raccolti nel loro principale testo “The child’s understaning of number”[14]. I due ricercatori individuano 5 principi che caratterizzano il processo del conteggio, che il bambino deve interiorizzare per arrivare a contare senza errori:

1) Ordine stabile (dai 2 anni e mezzo): il bambino deve conoscere le parole numero (“uno”, “due, “tre” ecc.) ed essere in grado di ripeterle seguendo l’ordine esatto.
2) Corrispondenza biunivoca(dai 2 anni e mezzo): il bambino deve far corrispondere ogni elemento dell’insieme che sta contando a una e una sola parola-numero.
3) Cardinalità (dai 3-4 anni): il bambino deve capire che la parola numero associata all’ultimo elemento contato in un insieme corrisponde alla cardinalità dell’insieme, cioè alla sua numerosità.
4) Astrazione (oltre i 4 anni): il bambino deve comprendere che qualunque cosa può essere contata indipendentemente dalle caratteristiche degli elementi dell’insieme.
5) Irrilevanza all’ordine (oltre i 4 anni): il bambino deve comprendere che l’ordine in cui sono contati gli elementi non ne modifica la cardinalità. Quando contiamo il numero di persone all’interno di una stanza non è importante se cominciamo a contare da destra verso sinistra o viceversa.

[14] **GelmanR.**, **Gallistel, C.R.**, 1978, *The Child’s Understanding of Number*, citato in **Lucangeli D**., 2012, *La discalculia e le difficoltà in aritmetica*, Firenze, Ed. Giunti, p 16.

Capitolo 2

MATEMATICA CONCETTUALE
E MATEMATICA INTUITIVA

> *"La natura fornisce un nucleo di capacità per classificare piccoli insiemi di oggetti nei termini della loro numerosità (....), per capacità più avanzate abbiamo bisogno dell'istruzione, ossia di acquisire gli strumenti concettuali forniti dalla cultura in cui viviamo"*
>
> BUTTERWORTH, (1999)

L'approccio concettuale

Abbiamo già notato come, da un punto di vista didattico, non ci siano grosse differenze tra i vari testi scolastici di matematica della prima classe della scuola primaria, il metodo di insegnamento è fondamentalmente lo stesso da decenni e una programmazione didattica che si rispetti passa dalla conoscenza dei numeri naturali da 0 a 9, il confronto e le relazioni tra i numeri (precedente-successivo, maggiore-minore ecc.), le prime addizioni e sottrazioni (sempre entro il 9) per poi introdurre i raggruppamenti a basi diverse e arrivare alla base 10 e quindi alla decina. Da questo punto in poi al bambino verrà spiegato che la decina, indicata con il simbolo "da", è rappresentata nell'abaco con una pallina a sinistra dell' unità; quest'ultima, indicata con il simbolo "u" è rappresentata invece con una pallina bianca. Inoltre, verrà spiegato al bambino che ogni qual volta si dovesse trovare con 10 palline bianche dovrà prontamente cambiarle con una pallina rossa. Si tratta di un metodo che possiamo definire "concettuale" perché spiega passo per passo i concetti matematici agli alunni. Occorrerà semplicemente svolgere un percorso lineare già predisposto e uguale per tutti, un percorso che necessita inevitabilmente delle spiegazioni dell'insegnante il quale è l'unico soggetto attivo e ha il compito di "travasare" nella testa del bambino concetti come decina, unità, valore posizionale delle cifre ecc., ma se la matematica diventa un insieme di concetti, termini, regole che il maestro trasmette quasi meccanicamente all'allievo, è probabile che per la maggior parte degli allievi diventi una materia priva di senso, della quale è difficile capire le motivazioni. Pensando all'insegnante che travasa nella testa del bambino i concetti non posso fare a meno di pensare all'immagine che fu incisa nel legno a Norimberga nel diciassettesimo secolo, nella quale si vede un ragazzo con un buco in testa e nel buco è infilato un imbuto. In piedi, accanto a lui, c'è un insegnante che versa nell’imbuto la conoscenza della quale il ragazzo e la sua testa devono essere riempiti (vedi figura 3).

Raggruppare a basi diverse →

Raggruppare a base 10 →

Valore posizionale delle cifre →

Decine (da) e unità (u) →

Il cambio con l’abaco →

Fig.3

Come sarebbe bello se l’insegnante, invece di travasare i concetti, facesse in modo che il bambino ci arrivasse da solo, magari utilizzando strumenti più idonei e adeguati alle ultime scoperte della ricerca.

L’approccio intuitivo

Chiunque, parlando dell’insegnamento della matematica, dirà che bisogna partire dalla realtà, dal concreto, che la matematica serve a sviluppare il ragionamento, che la matematica insegna ad essere precisi e rigorosi, ecc. Quando però si tratta di tradurre queste cose nella pratica dell’insegnamento capita spesso che si cada sempre nei soliti errori, riproducendo una metodologia di insegnamento basata secondo lo schema “spiegazione – esercitazione – verifica”: Per molti insegnanti il “concreto” vuol dire semplicemente parlare di mele, caramelle, bambini e trasmettere la conoscenza senza utilizzare una didattica che parta realmente dal fare, questo perché si parte da una considerazione meccanicistica che considera la matematica come un insieme di regole e di concetti da apprendere. Esiste un approccio diverso, che considera l’alunno come soggetto attivo artefice delle proprie conoscenze, un approccio che evita la “concettualizzazione prematura” e fa in modo che il bambino arrivi da solo alla comprensione dei concetti. Sappiamo che già i bambini piccoli possiedono delle competenze numeriche pre-verbali, cosa può fare dunque l’insegnante per sfruttare tali competenze? Questi alcuni suggerimenti di Camillo Bortolato[15]: limitare il linguaggio verbale; presentare solo i fatti e aspettare le connessioni; privilegiare le simulazioni alle spiegazioni; indicare le cose piuttosto che spiegarle; avere fiducia nella mente che lavora da sola. Naturalmente anche gli strumenti devono cambiare: niente più abaco e regoli colorati. Adrian Treffers, ricercatore olandese del Freudenthal Institute di Utrecht[16], è stato il primo ad ideare uno strumento didattico adeguato alle ultime scoperte della ricerca: ha progettato uno strumento chiamato Rekenrek che permette al bambino (anche piccolo) di apprendere i numeri ed il calcolo in modo naturale e con facilità (vedi figura 4).

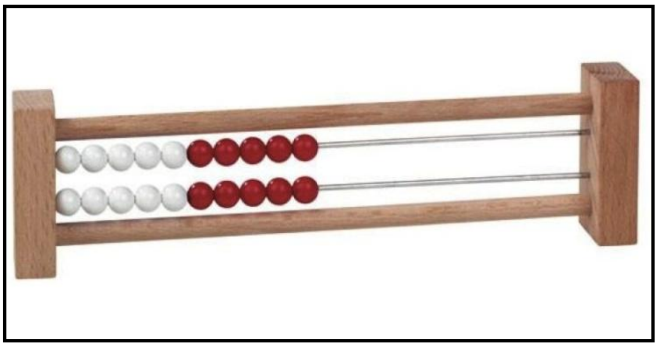


Fig. 4

Si tratta di una specie di pallottoliere formato da venti palline disposte su due file (dieci nella fila superiore e dieci in quella inferiore) divise in gruppi di cinque grazie al diverso colore . Questo strumento permette di vedere la quantità cinque nel suo insieme e quindi di ampliare la possibilità di subitizzare oltre i 3-4 elementi. Sarà possibile così riconoscere immediatamente 8 palline perché formate da 5 palline rosse e 3 palline bianche; oppure 13 palline, formate da un fila di palline più 3 rosse (vedi figura 5).

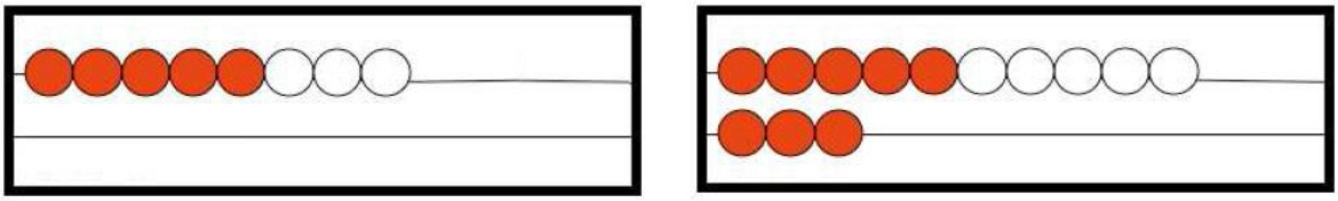


Fig. 5

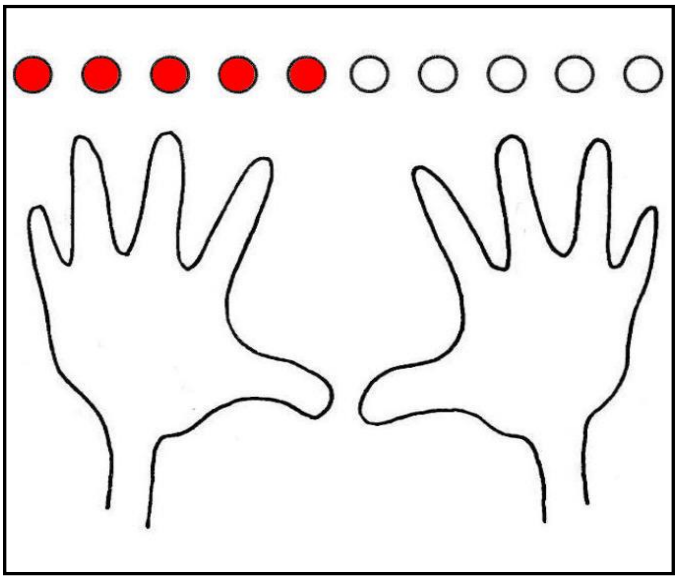
Questo strumento è particolarmente utile nel calcolo mentale perché permette al bambino di crearsi una linea dei numeri che, con l'uso, verrà progressivamente interiorizzata e permetterà di mettere in pratica molteplici strategie di calcolo che vedremo nei prossimi capitoli di questo libro. Esiste anche una versione dello strumento composta da 100 palline che si basa sullo stesso principio. Non si può fare a meno di notare l'analogia con le dita delle mani, raggruppate in cinquine (vedi figura 6), d'altronde, come afferma il matematico Enrico Giusti, le mani sono servire all'uomo per contare sin dalle origini: "*Uno dei primi e*

[15] **Bortolato C.** *Calcolare a mente*, Trento, Erikson, 2002, p.23. Camillo Bortolato è un'insegnante di scuola primaria che si occupa da molti anni di metodologia e di strumenti di insegnamento della matematica.

[16] Il Freudenthal Institute è l'Istituto per lo sviluppo dell'educazione matematica di Utrecht, fondato dal famoso matematico Hans Freudenthal che si è dedicato, tra le altre cose, alla didattica della matematica.

fondamentali insiemi a cui riferirsi fu con ogni probabilità quello delle dita di una mano con cui si contava due, tre, quattro, cinque, poi di due mani con cui arrivare fino a dieci, e in alcuni casi anche quello delle dita dei piedi per raggiungere il venti”.[17]

Fig. 6



[17] **Giusti E.** ,1999, *Ipotesi sulla natura degli oggetti matematici* Bollati Boringhieri.

Capitolo 3

LA RIVINCITA DELL’ ANALOGICO

“Digito, dunque sono”
ANONIMO

Analogico vs digitale

Il termine “analogico” deriva da “analogia”, tutto ciò che è analogico si basa infatti sull’analogia. Facciamo qualche esempio: il linguaggio analogico è il linguaggio dei segni (se ho fame aprirò la bocca e mimerò il gesto di mangiare), l’orologio analogico è quello con le lancette che si muovono in analogia con il tempo che passa (1 giro = 12 ore); la fotografia analogica è quella ormai quasi scomparsa che utilizza i rullini i quali, una volta sviluppati, producono dei negativi in cui viene impressa un’immagine analoga all’immagine reale. Il termine “digitale” deriva dall'inglese “digit”, che a sua volta deriva dal latino “digitus”, che significa dito, con il quale si contano i numeri. Tutto ciò che è digitale è rappresentato da dati in forma di numeri ed è contrapposto all’ analogico che non è numerabile. Facciamo qualche esempio: nella fotografia digitale l’immagine inquadrata dal fotografo invece di venire impressa nella pellicola viene trasformata in numeri e immagazzinata in forma numerica; l’orologio analogico mostra i numeri e non le lancette; una quantità raffigurata con i numeri è digitale, se la raffiguro con le palline è analogica. Oggi viviamo in una società dove ormai il digitale ha preso il sopravvento sull’analogico in quasi tutti i campi: dalla fotografia alla televisione, dalla musica all’informatica. Nonostante ciò, in alcune situazioni il linguaggio analogico è ancora utile e in certe situazioni si mostra addirittura superiore. Nel caso dell’orologio per esempio, il digitale è molto più preciso, ma se io mi trovo in Cina e non conosco la lingua cinese non riuscirò a leggere l’ora in un orologio digitale; viceversa , con l’orologio a lancette potrò sapere che ore sono anche senza conoscere la lingua cinese (vedi figura 7).

Fig. 7

Apprendimento logico e analogico

Sulla base del confronto precedente possiamo individuare due percorsi di apprendimento della matematica: apprendimento logico e apprendimento analogico. Nel primo caso il bambino ha bisogno di ragionamenti precedenti per comprendere la realtà mentre, nel caso dell'apprendimento analogico il bambino esamina la realtà per ricavarne ragionamenti. Facciamo un esempio: se osservo la figura numero 8 capisco immediatamente che rappresenta il numero 7. Se se osservo la figura numero 9 non posso sapere quale numero rappresenta l'abaco: potrebbe essere il 7 contando a base 5, ma potrebbe anche essere il 6 o qualsiasi altro numero. Nel primo caso viene utilizzato il linguaggio analogico e l'apprendimento è intuitivo, non occorre alcuna conoscenza precedente mentre nel caso dell'abaco ho bisogno di sapere in quale base contare per poter "decifrare" la quantità, oltre a conoscere il concetto di valore posizionale.

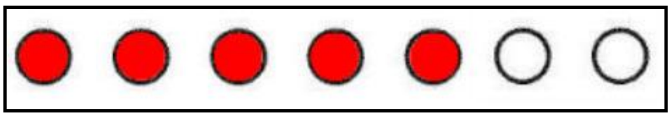


Fig.8

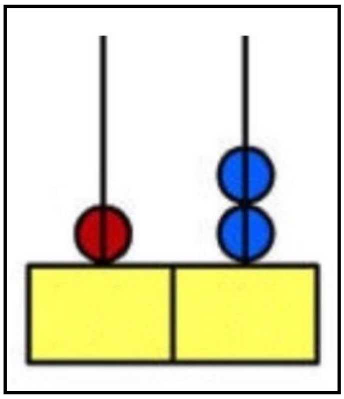


Fig. 9

Ciò che è analogico è facilmente comprensibile ed è molto attinente alla realtà, viceversa l'apprendimento di tipo logico è molto più complesso perché presuppone delle conoscenze pregresse: se dovessimo riprodurre nella realtà 11 bambini con l'abaco (a base dieci) dovremmo rappresentare 1 bambino grande (che vale 10) + 1 bambino normale (vedi figura 10); se rappresentiamo 11 bambini in modo analogico la comprensione è immediata (vedi figura 11).

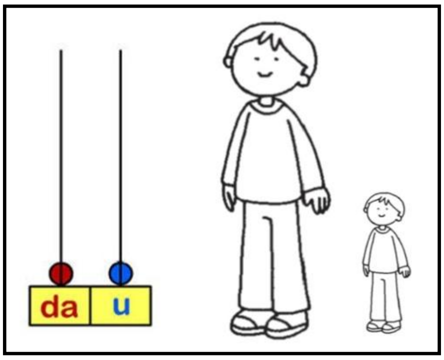


Fig. 10

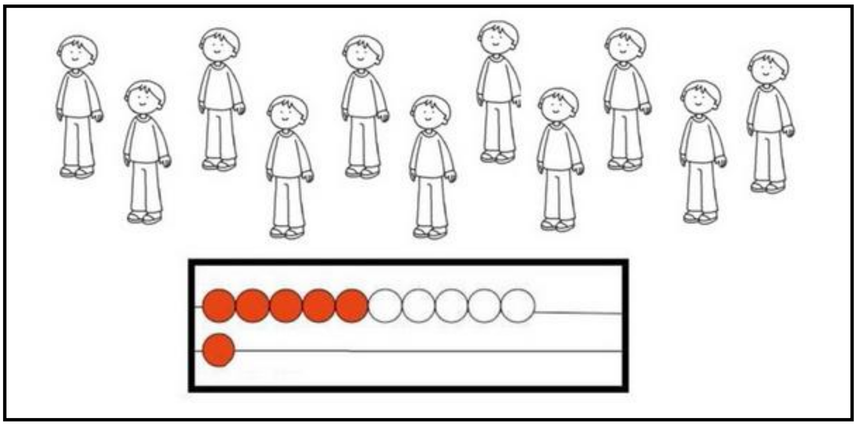


Fig. 11

Utilizzare i due emisferi

Il cervello umano, come in generale quello degli altri mammiferi, è formato da due parti, due emisferi che a prima vista appaiono simmetrici, ma che in realtà non lo sono del tutto sia dal punto di vista anatomico che funzionale. Lo studio neurofisiologico dei due emisferi ha portato alla considerazione che presiedono a due modalità diverse di funzionamento: l’emisfero sinistro “i*nterviene nei processi e comportamenti sequenziali e verbali quali lo scrivere lettere d'affari e il risolvere equazioni semplici; esso è nettamente superiore nelle prove di tipo razionale, lineare e verbale e sembra che elabori l'informazione in modo analitico, scomponendola”*[18]; l’emisfero destro invece “*interviene soprattutto nel riconoscimento delle immagini visive complesse e nella rappresentazione mentale degli oggetti* [19] In pratica possiamo dire che il sinistro è l’emisfero logico e razionale, mentre quello destro è l'emisfero analogico e intuitivo. Immaginiamo un alunno di fronte al numero undici rappresentato nell’abaco e proviamo a pensare a quello che potrebbero suggerire i due emisferi (vedi figura 12). Come sarebbe bello se i due emisferi suggerissero la stessa cosa!

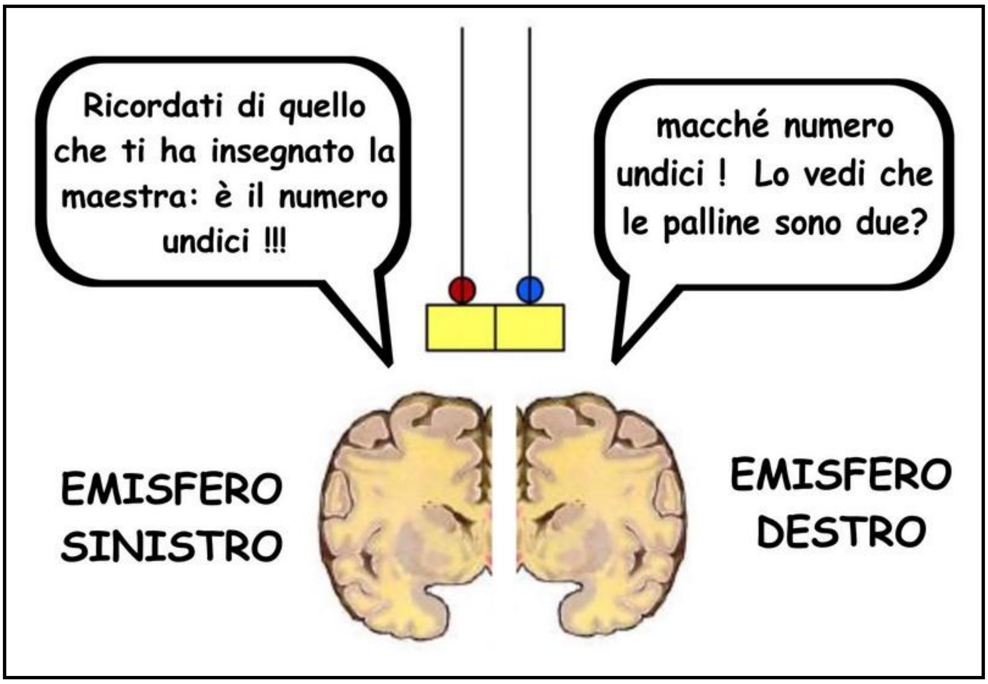


Fig.12

Nella figura 13 è rappresentato l’abaco tradizionale presente nelle nostre scuole: abbiamo visto precedentemente che si tratta di uno strumento concettuale poiché occorre sapere in quale base contare per poter comprendere la quantità quindi sarà necessario inibire la parte destra del cervello privilegiando quella più razionale. La stessa cosa non accade però con il Rekenrek: in questo caso l’emisfero destro contribuisce alla comprensione della quantità insieme all’emisfero sinistro (vedi figura 13).

[18] **Luria S.E.**, **Gould S.J.**, **Singer S.**, *Una visione della vita, introduzione alla biologia*, Zanichelli, pp.452-453.
[19] Ivi.

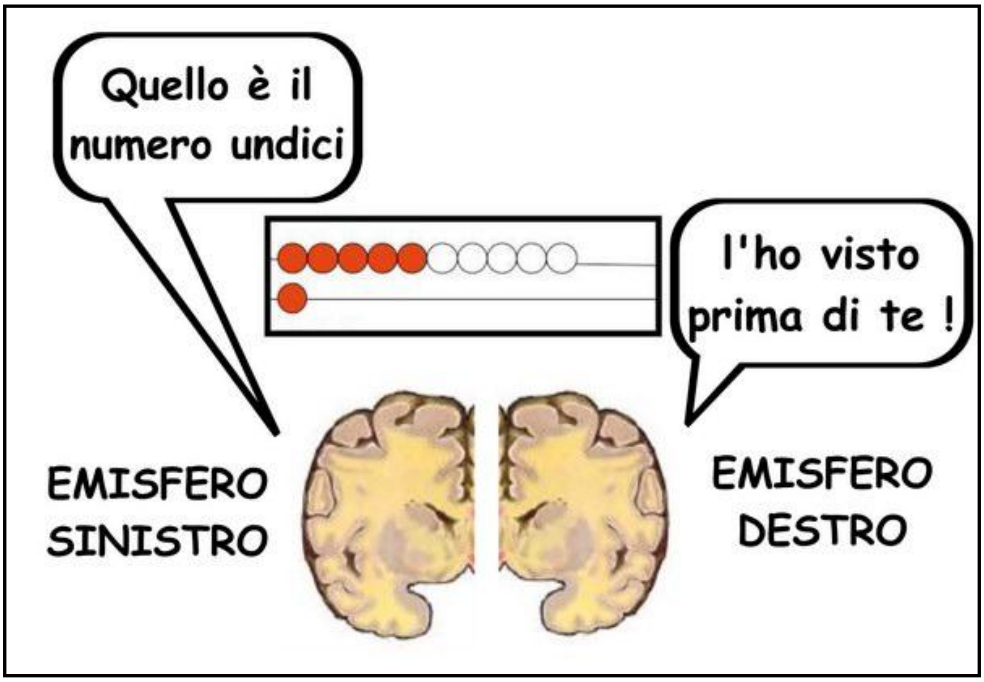


Fig.13

Gli abachi asiatici come il suan pan (cinese), il chup’an (coreano) e il Soroban (giapponese) sono ancora più efficaci e, sfruttando appieno i due emisferi, permettono di calcolare con estrema facilità. Osserviamo ad esempio il Soroban (vedi figura 14): l’abaco giapponese è formato da varie colonne, un’asta trasversale separa la parte superiore di ogni colonna (che contiene una pallina) dalla parte inferiore (che contiene quattro palline). All'interno di ogni colonna una pallina acquista valore quando si trova accostata all’asta trasversale. Partiamo dalla colonna posta all’estrema destra: le palline al di sotto dell’asta valgono un'unità ciascuna mentre la pallina al di sopra vale cinque unità; la colonna accanto a sinistra rappresenta le decine con la corrispondente pallina da 50 nella parte superiore; la colonna ancora più a sinistra rappresenta le centinaia con la corrispondente pallina da 500 e così via. Le classi o periodi (unità semplici, migliaia, milioni, miliardi ecc.) sono facilmente individuabili grazie a dei segni presenti nell’asta trasversale.

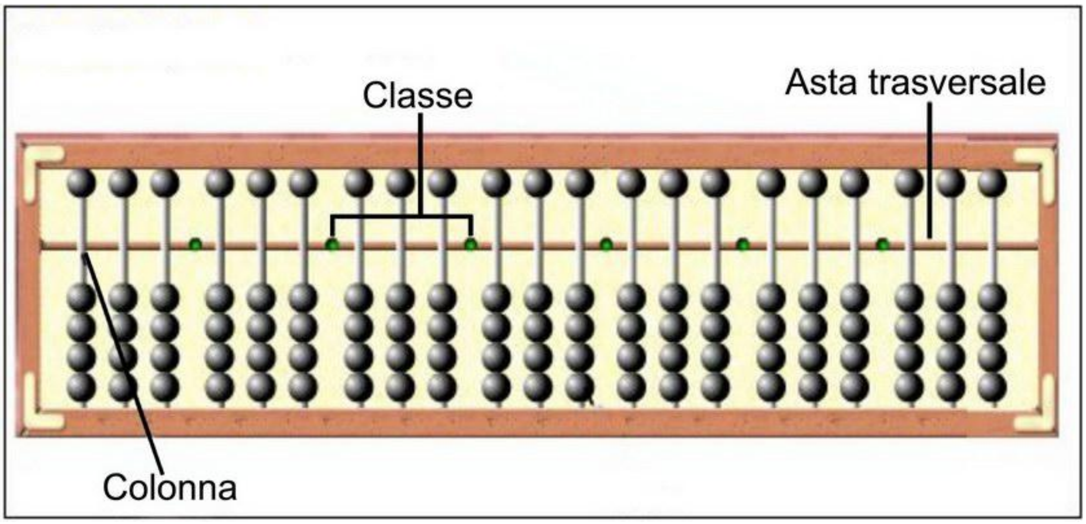
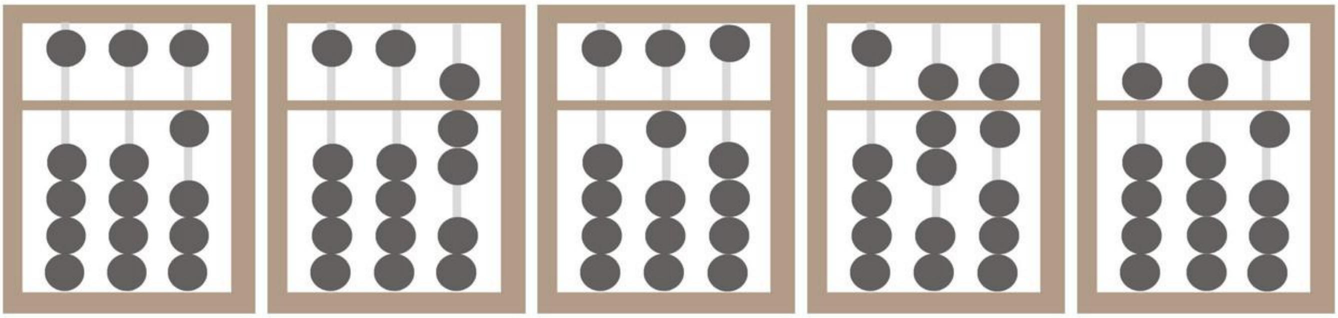


Fig.14

Facciamo qualche semplice esempio con la classe delle unità semplici (vedi figura 15): se io avvicino all’asta orizzontale una pallina della parte inferiore della colonna di destra (colonna delle unità), ottengo il numero 1; se avvicino un pallina della parte superiore e due della parte inferiore ottengo il numero 7 (5+2); se all’asta trasversale avvicino soltanto una pallina della parte inferiore della colonna di centro (colonna delle decine) ottengo il numero 10. Per scrivere il numero 76, dalla colonna di destra dovrò abbassare la pallina della parte superiore (5) ed alzare una pallina della parte inferiore (1) mentre dalla colonna centrale dovrò abbassare la pallina della parte superiore (50) ed alzare due palline della parte inferiore (20). Infine per scrivere il numero 151 mi basterà abbassare le palline superiori della colonna di sinistra (100) e di centro (50) e alzare una pallina inferiore della colonna di destra (1).



1   7   1 0   7 6   1 5 1

Fig.15

Il soroban, che i giapponesi imparano ad usare fin da piccoli, consente di fare calcoli in brevissimo tempo (anche sottrazioni, moltiplicazioni e divisioni), questo perché permette di subitizzare, infatti durante il conteggio vediamo al massimo gruppi di quattro palline e, con l’esercizio, possiamo velocizzare moltissimo le operazioni di calcolo. Al contrario, il tradizionale abaco usato nelle scuole italiane, composto da aste su cui inserire al massimo 9 palline ha solamente fini didattici: serve solo a spiegare i concetti di numerazione decimale e valore posizionale delle cifre. L’abaco giapponese permette di sfruttare ambedue gli emisferi celebrali perché il conteggio viene facilitato dalla possibilità di sfruttare le capacità intuitive oltre che quelle logiche. Con l’esercizio, i bambini giapponesi riescono ad immaginare il calcolo nella propria mente: basta vedere su *You tube* i numerosi video in cui compaiono alunni giovanissimi fare calcoli incredibili (addizioni e moltiplicazioni anche oltre le migliaia) con le loro dita che si muovono velocissime su un immaginario soroban, spostando immaginari blocchi di palline. Si sente dire spesso che gli asiatici sono molto bravi in matematica, credo che uno dei motivi sia proprio quello di utilizzare non solo la logica, ma anche l’intuizione e la rappresentazione spaziale. Qualche anno fa fece molto scalpore un quesito matematico che faceva parte del test d’ammissione ad una scuola primaria di Hong Kong. L’immagine del test (figura 16) diventò virale tanto da essere tra i post più popolari del microblog cinese Sina Weibo. Dai commenti sui social network, molti studenti ammisero di averci messo diversi minuti (e alcuni accademici persino un pomeriggio intero) prima di trovare la risposta. Ma vediamo il test:

Fig.16

Guarda la figura: in questo parcheggio ci sono 6 posti auto. Ognuno è numerato: 16; 06; 68; 88 e 98. Ne manca uno. La domanda è: in quale posto è parcheggiata la macchina? Hai 20 secondi per rispondere. Per trovare la soluzione, la cosa più immediata da fare sembrerebbe quella di scoprire una sequenza logica nella successione dei numeri 16, 06, 68, 88 per individuare il numero da inserire tra 88 e 98. In realtà basta capovolgere l'immagine. Per risolvere questo quiz non basta utilizzare soltanto l'emisfero sinistro!

La cognizione numerica

La ricerca scientifica ha dimostrato come specifiche aree del nostro cervello siano preposte all'elaborazione dell'informazione numerica. In particolare, Dehaene (1992) ha ideato uno dei modelli più diffusi nell'ambito della studi sulla cognizione numerica che hanno trovato poi riscontri in ambito neurologico: il *modello del triplo codice*[20]. Questo modello parte dal presupposto che esistano tre distinti codici per il processamento dei numeri: il codice analogico, verbale e arabico. Il codice analogico rappresenta i numeri come numerosità (ad esempio il numero di oggetti o elementi che sono in un insieme); il codice verbale rappresenta i numeri come sequenza sintatticamente organizzate di parole (ad esempio: quarantacinque) e il codice arabico rappresenta i numeri come serie di cifre arabe (ad esempio 45). Oggi è ampiamente condivisa e diffusa l'impostazione secondo la quale l'apprendimento della matematica avviene grazie ad una serie processi mentali che agiscono a livello celebrale dando luogo a tutta una serie di operazioni cognitive, di produzione, di

[20] **Dehaene, S.** (1992). *Varieties of numerical abilities*. Cognition, 44: 1-42, citato in **Lucangeli D**., 2012, *La discalculia e le difficoltà in aritmetica*, Firenze, Ed. Giunti, p 24.

comprensione e di calcolo. In particolare vengono riconosciuti tre processi fondamentali che Camillo Bortolato esemplifica molto bene nella metafora della montagna[21] (vedi figura 17).

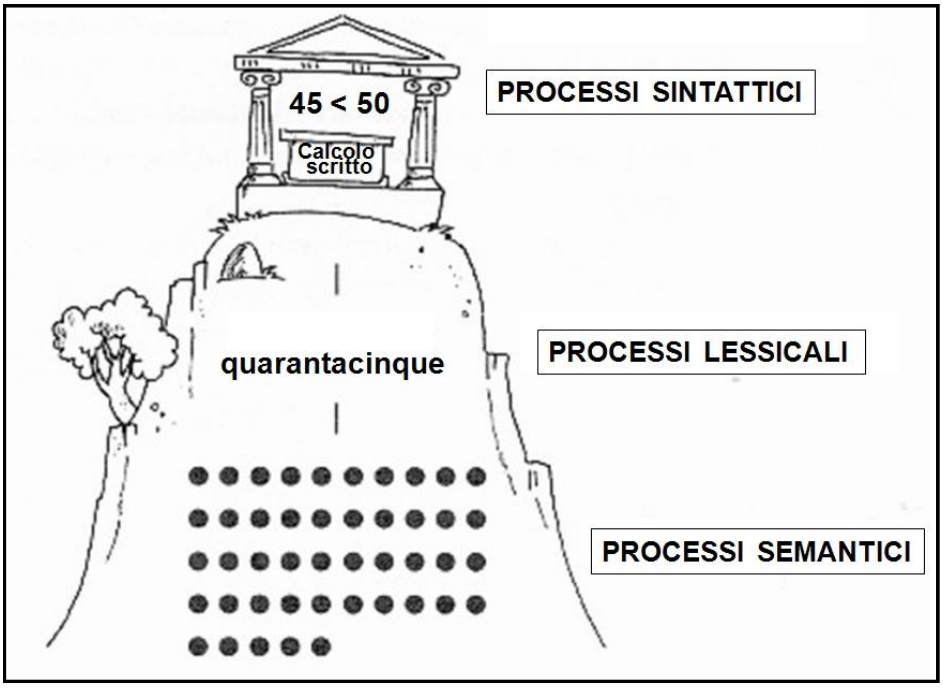


Fig.17

I processi semantici utilizzano il codice analogico e permettono di riconoscere e manipolare le quantità; i processi lessicali permettono di dire e scrivere i numeri; i processi sintattici sono quelli che permettono di organizzare la quantità in diversi ordini di grandezza (per esempio il valore posizionale delle cifre). Ogni bambino all'inizio si trova ai piedi della montagna, le abilità pre-verbali che possiede gli permettono di osservare e organizzare le quantità (processi semantici). Più sopra ci sono i nomi delle quantità (processi lessicali) e in cima alla montagna ci sono i processi sintattici, che definiscono la "grammatica " del numero cioè le sue regole. L'apprendimento della matematica dovrebbe partire dalla base della montagna utilizzando un approccio intuitivo e sfruttando quelle abilità innate che ogni bambino possiede, purtroppo sappiamo che la didattica concettuale non prende in considerazione i processi semantici, ma costringe il bambino a salire subito in cima alla montagna. Dunque non c'è da stupirsi se la matematica diventa per molti una materia ostica e difficile!

---

[21] **Bortolato, C.** (2002) *Calcolare a mente*, Trento, Erikson, 2002, p.21.

PARTE II

INTRODUZIONE AL METODO ANALOGICO

Capitolo 4

Il metodo analogico

"Abbiamo bisogno di disporre i nostri oggetti mentali con un ordine prestabilito e stabile se vogliamo conservarli nella mente"
CAMILLO BORTOLATO

Nuovi strumenti didattici al posto dell'abaco

Abbiamo già parlato del Rekenrek, lo strumento didattico ideato dal ricercatore olandese Adrian Treffers, questo strumento ha avuto subito un grande successo in tutto il mondo sostituendo quasi del tutto l'abaco tradizionale, per verificarlo basta cercare su internet la parola abaco nelle varie lingue straniere (*abaco*-tedesco, *àbaque*-francese, *abacus*-inglese ecc.), il motore di ricerca non trova l'abaco tradizionale formato da aste e palline bensì strumenti didattici molto simili al Rekenrek. Negli Stati Uniti d'America si parla di "MathRack " con 5,10,20 e 100 palline (vedi figura 18).

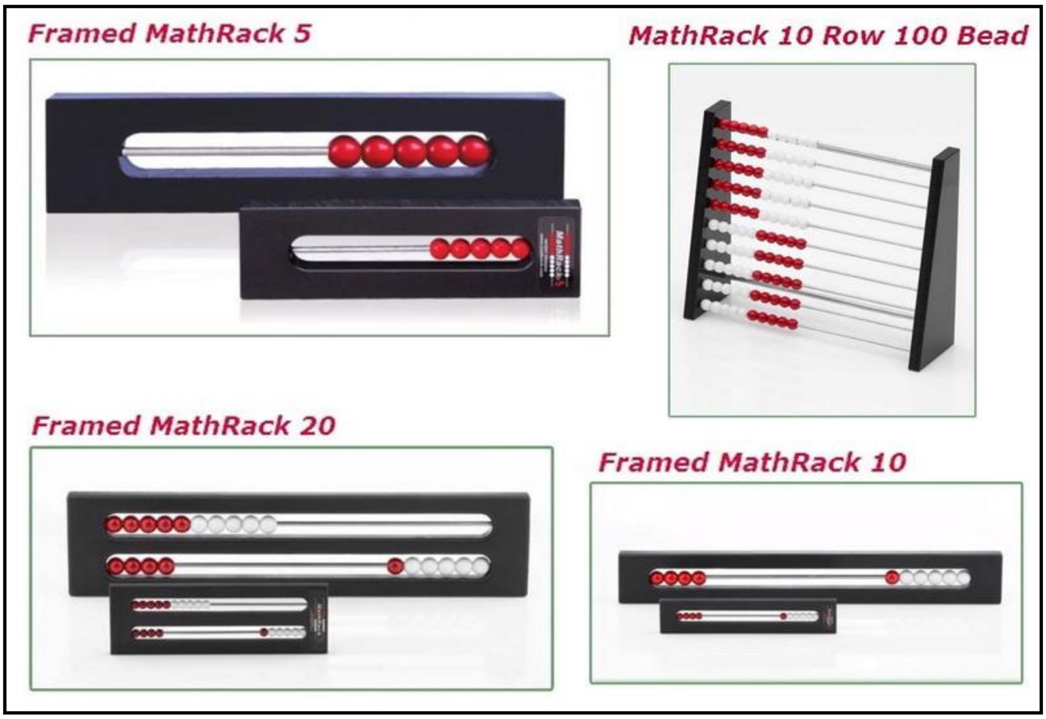


Fig.18

Il principio è lo stesso del Rekenrek, le palline sono divise in cinquine, rosse e bianche. Esiste anche uno strumento denominato "Bead String 100" formato da 100 palline in fila inserite in una corda (vedi figura19).

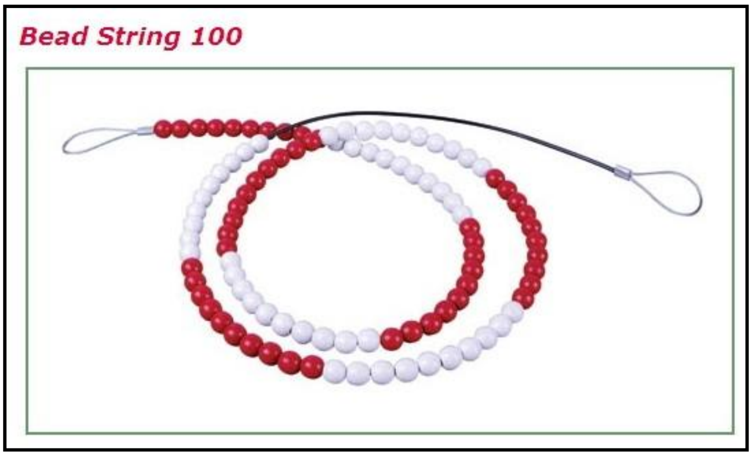


Fig. 19

In Germania l'abaco è uno strumento formato da palline che ruotano e cambiano colore (vedi figura 20), mentre in Francia esistono anche dei "timbri analogici" (vedi figura 21).

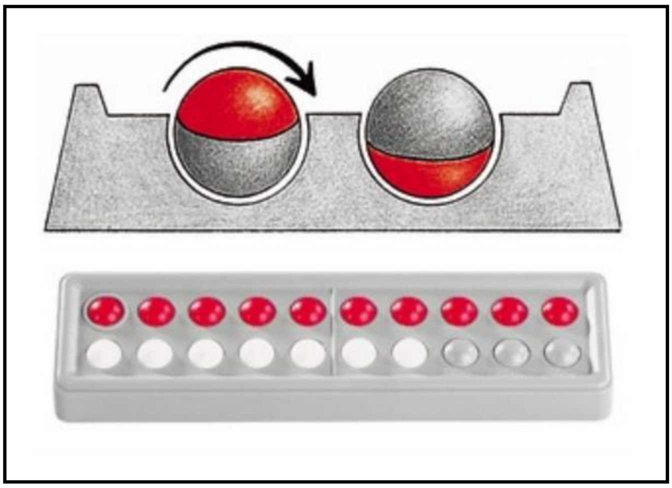


Fig. 20

Fig. 21

Anche in Inghilterra l'abaco non è formato da aste e palline, ma è diventato uno strumento analogico simile al gioco della tombola (vedi figura 22). Strumenti simili esistono anche in Spagna e in Polonia (vedi figura 23),

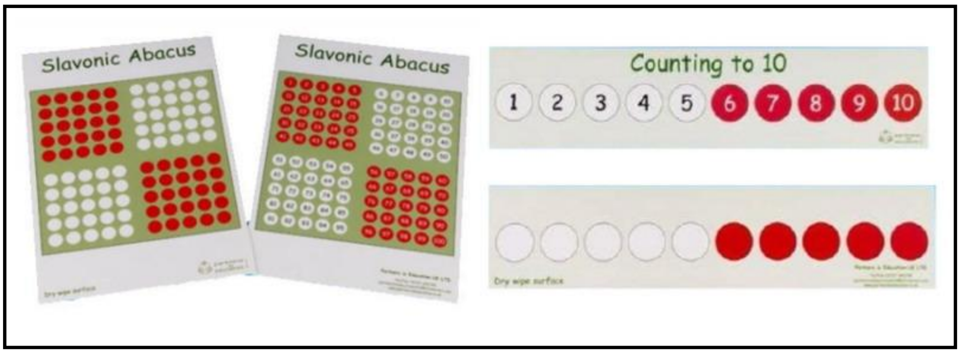


Fig. 22

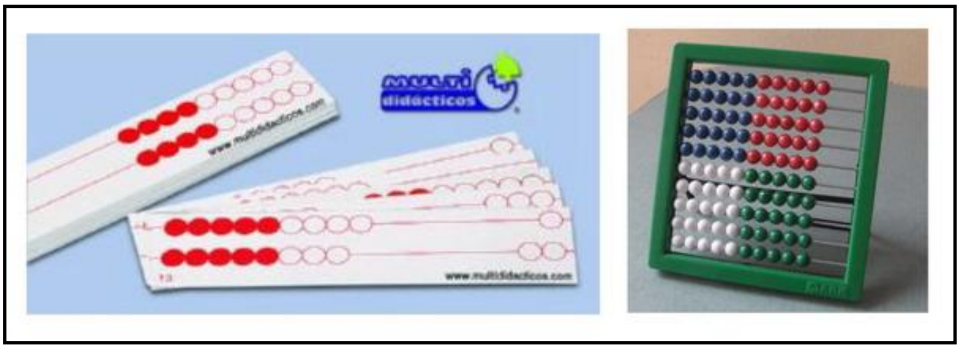


Fig. 23

Questi strumenti analogici formati da palline colorate facilitano l'apprendimento dei processi semantici nel bambino quindi, riferendoci alla metafora della montagna citata nel capitolo precedente, saranno utili all'inizio della salita e permetteranno al bambino di riconoscere e manipolare le quantità. Esistono anche altri tipi di strumenti che riguardano invece l'aspetto lessicale del numero e quindi saranno utili quando il bambino, durante la salita della montagna, si troverà a metà strada e imparerà a leggere i numeri. Si tratta di strumenti in cui vengono rappresentati i numeri con il codice arabico (vedi figura 24).

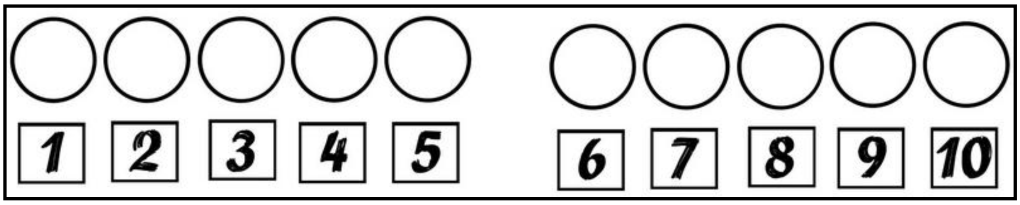
Fig. 24

Dunque all’estero l’abaco tradizionale è stato sostituito da strumenti analogici. In Italia non è così: se cerchiamo sul web la parola abaco troviamo ancora il vecchio abaco formato da aste e palline, nonostante ciò esistono anche strumenti simili al Rekenrek ideati da Camillo Bortolato che è altresì l’autore di un percorso didattico specifico chiamato comunemente “metodo analogico” o “metodo Bortolato”

I vantaggi del metodo analogico

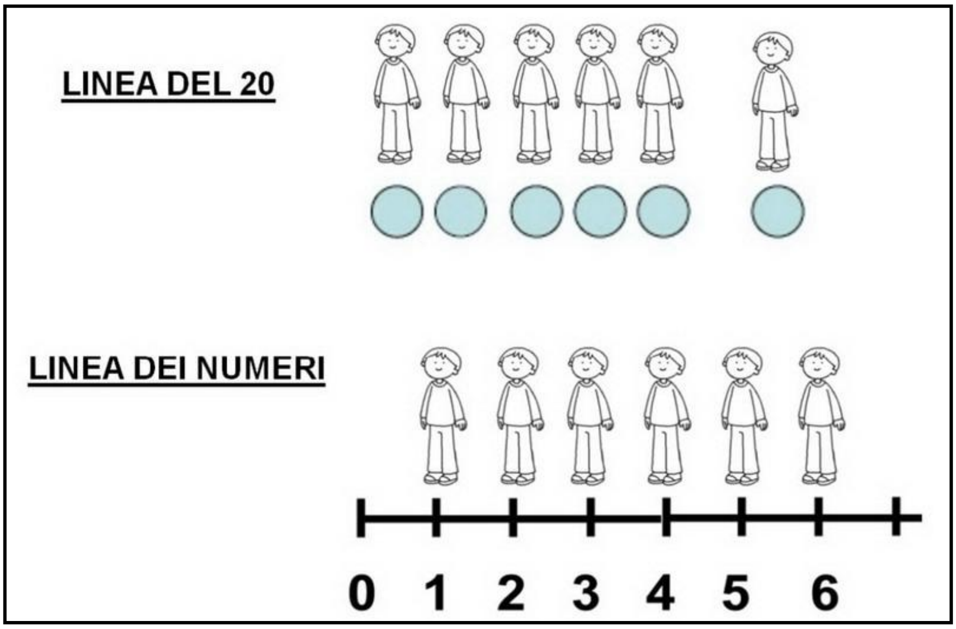
Il metodo analogico è un sistema di apprendimento “non concettuale” perché non impone al bambino la conoscenza dei concetti matematici, ma sfrutta le sue competenze numeriche innate per favorire l’apprendimento di tali concetti in modo intuitivo. Il punto di partenza è sempre la subitizzazione: se io posso vedere la quantità cinque nel suo insieme potrò ampliare la possibilità di subitizzare oltre i 3-4 elementi. Stavolta però invece di utilizzare colori diversi utilizzeremo un piccolo spazio ogni cinque elementi (vedi figura 25).

Fig. 25



Così avremo una linea dei numeri (chiamata da Bortolato “Linea del 20”) senza numero zero. Ne conseguono alcuni vantaggi: prima di tutto se devo rappresentare una quantità, per esempio sei bambini, li rappresento realmente con sei elementi e non con le sette cifre della linea tradizionale (vedi figura 26). Inoltre, con la linea dei numeri per contare devo fare i salti (1,2,3,4,5,6), si tratta di un’operazione di mero conteggio che non produce abilità in

Fig. 26



quanto consiste semplicemente nel ripetere meccanicamente una serie di numeri (vedi figura 27). Al contrario con la linea del 20 trovo subito il numero senza bisogno di contare: operazione che mette in moto il cervello del bambino il quale riconosce immediatamente le quantità 5 (perché 5 palline sono divise da uno spazio) e 1 (vedi figura numero 28).

Fig. 27

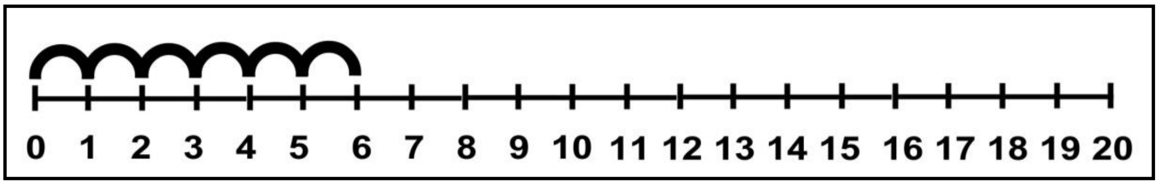
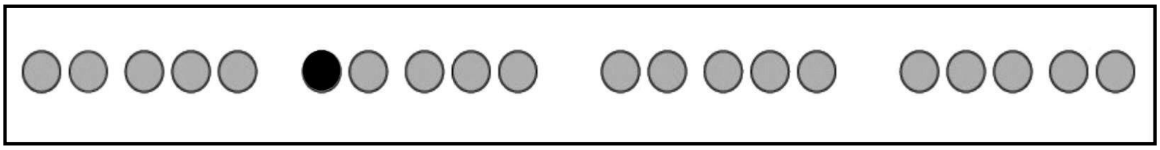
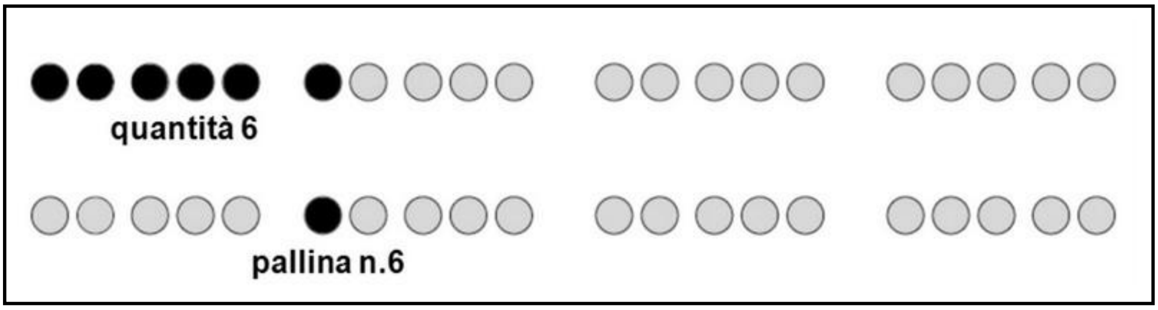


Fig. 28



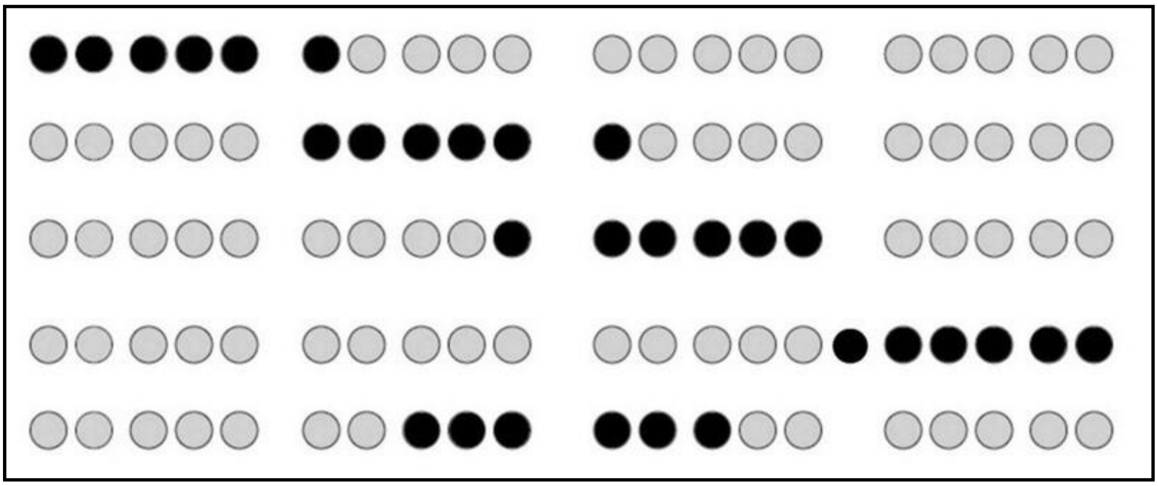
Un altro vantaggio della linea del 20 è che posso percepire immediatamente la differenza tra 6 palline e la pallina numero 6 (vedi figura 29)

Fig. 29



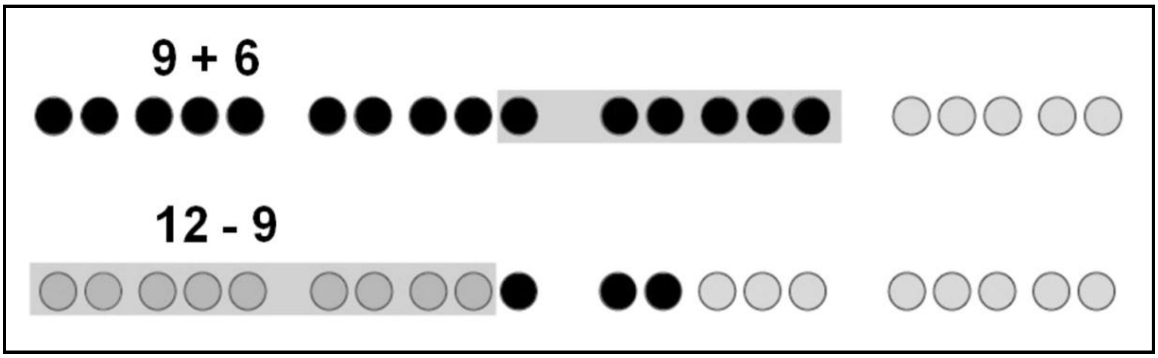
Posso inoltre intuire immediatamente che l'ordine in cui sono contati gli elementi non ne modifica la cardinalità (irrilevanza all'ordine), perché sei elementi si possono trovare a sinistra, a destra o nel centro, ma sono sempre sei elementi (vedi figura 30).

Fig. 30



Da ciò derivano tutta una serie di strategie di calcolo nelle addizioni e nelle sottrazioni. Vediamo un paio di esempi: dovendo calcolare 9 + 6 potrò aggiungere sei palline con facilità senza contare pallina per pallina mentre sottraendo 9 a 12 posso togliere immediatamente le prime 9 palline senza contare (le prime cinque e quattro dopo lo spazio) invece di toglierle una per una dalla fine (vedi figura 31)

Fig.31

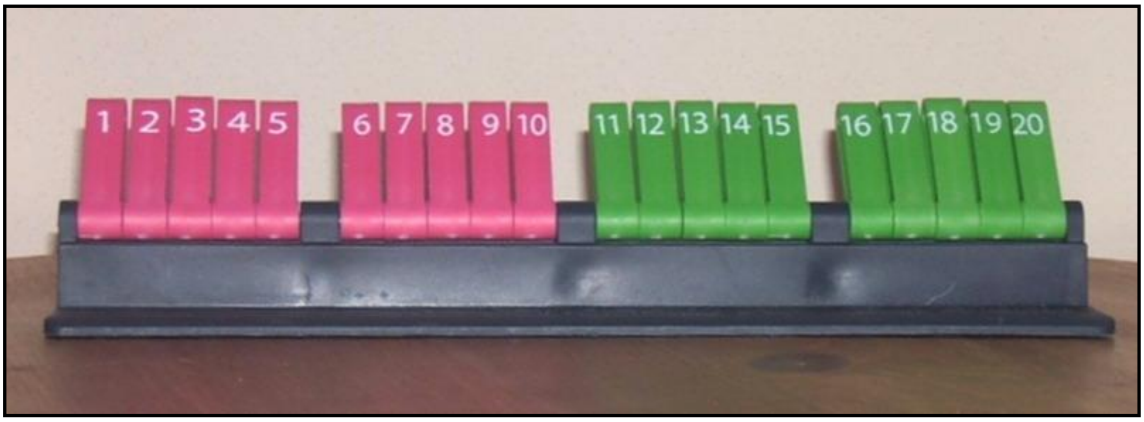


Gli strumenti di Camillo Bortolato

Gli strumenti didattici ideati da Camillo Bortolato sono molto simili agli strumenti “analogici” derivati dal Rekenrek di Adrian Treffers. Guardiamo quali sono le caratteristiche di questi strumenti:

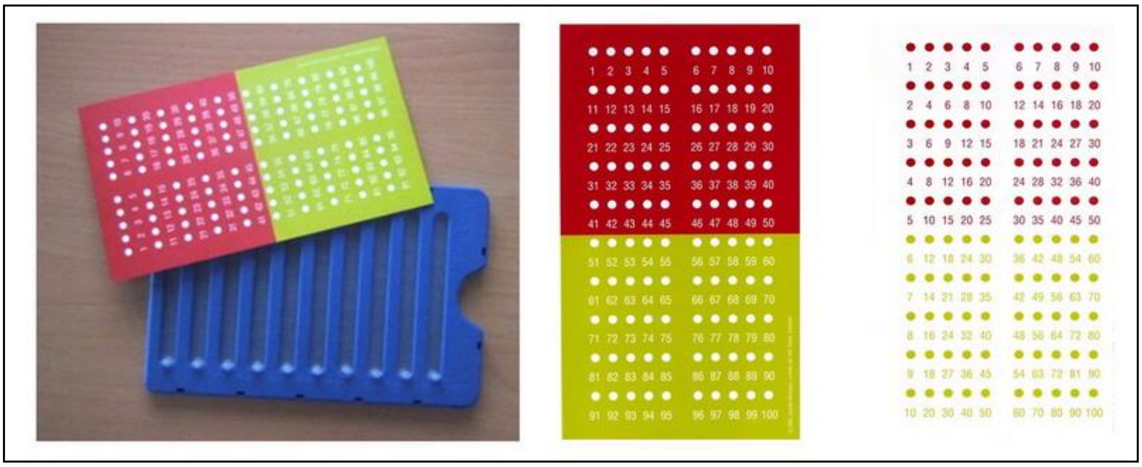
LINEA DEL 20: è formata da 20 tasti mobili raggruppati in 4 cinquine separate da uno spazio, in ogni tasto è leggibile la corrispondente cifra arabica e le decine sono evidenziate con un colore diverso (vedi figura 32). Si può operare con lo strumento alzando e abbassando i tasti, per formare, comporre e scomporre i numeri. Questo, come vedremo nella parte operativa di questo libro, favorirà l’apprendimento intuitivo del calcolo mentale e permetterà di “calcolare senza contare”, come dice Bortolato.

Fig.32



LINEA DEL 100: è formata dallo strumento vero e proprio e da una matrice (o tabella) che va inserita nello strumento. Quest’ultimo presenta 10 fessure strette e lunghe mentre nella matrice sono rappresentate 100 palline in entrambi i lati e la numerazione arabica corrispondente disposta in senso orizzontale da un lato ed in senso verticale dall’altro.

Fig.33



Le colorazioni dei due lati della matrice sono diverse: rossa e verde da un lato per addizioni e sottrazioni; bianca dall’altro per moltiplicazioni e divisioni (vedi figura 33). Anche in questo caso per il funzionamento dello strumento si rimanda alla parte operativa di questo libro.

Oltre a questi strumenti, anche Bortolato ha previsto uno strumento che riguarda l’aspetto lessicale del numero: il NUMERARIO (vedi figura 34).

Fig.34

PARTE III

DIARIO DI BORDO

Capitolo 5

Attività in classe prima

> *"La pittura può essere insegnata solo a quelli che per natura ne sono stati dotati, a differenza della matematica, in cui l'allievo impara molto più di quello che il maestro gli offre"*
>
> LEONARDO DA VINCI

Introduzione

Ho sentito parlare per la prima volta del metodo analogico da varie colleghe di lavoro nel 2011, però i pareri erano discordanti: c'era chi mi diceva che era un buon metodo, chi sosteneva che era utile ma doveva essere integrato con il metodo tradizionale e chi invece affermava che non funzionava assolutamente. La cosa curiosa era però che alla mia richiesta di spiegazioni sulla validità o meno del metodo, nessuno sapeva darmi una risposta convincente: chi era a favore del metodo mi parlava di cornicette, di tranquillità interiore degli alunni, di una "via del cuore" per l'apprendimento della matematica, mentre chi era contrario parlava di un metodo confuso e senza vere e proprie basi scientifiche. Allora ho deciso di acquistare alcuni libri di Camillo Bortolato e immediatamente ho intuito le grandi potenzialità del metodo, decidendo al tempo stesso di cominciare a utilizzarlo in una classe prima di scuola primaria. Il punto di partenza è lo strumento, per questo ho fatto acquistare ad ogni alunno il testo "La linea del 20" di Camillo Bortolato[22] con il relativo strumento, confidando poi di decidere alla fine dell'anno scolastico se continuare o no, ma a questo ci hanno pensato direttamente i genitori della classe che mi hanno chiesto esplicitamente di continuare anche in seconda. Ancora oggi utilizzo tale metodo e a partire da questo capitolo mostro il mio "diario di bordo" fatto di molte immagini tratte dai quaderni dei bambini e riferimenti ai testi di Camillo Bortolato, essenziali per comprendere l'attività svolta.

Mettere a fuoco un obiettivo per volta

La metafora della montagna di cui abbiamo parlato precedentemente (vedi capitolo III), ci suggerisce di "scomporre" la didattica in tre livelli: livello semantico, lessicale e sintattico (vedi figura 35).

---

[22] **Bortolato C.** *La linea del 20*, Trento, Erikson, 2005

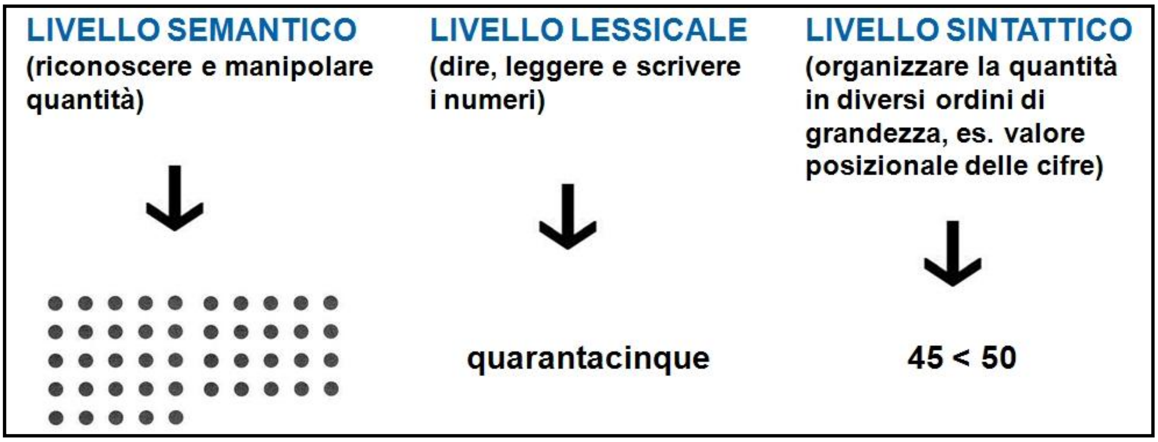


Fig.35

Utilizzando il metodo analogico mi sono accorto di lavorare proprio su un obiettivo per volta e questo facilità l'apprendimento perché riduce le difficoltà. Quando riconosciamo la quantità di palline lavoriamo esclusivamente a livello semantico e lessicale, ma non a livello sintattico; se usiamo il numerario lavoriamo a livello lessicale e sintattico, ma di quest'ultimo livello ci interessano solo i simboli scritti; quando riflettiamo sulla "grammatica" del numero (per esempio il valore posizionale delle cifre) lavoriamo prevalentemente a livello sintattico. Nella figura 36 sono rappresentati sulla montagna in sintesi, gli argomenti trattati nella prima classe della scuola primaria che presenterò in questo capitolo.

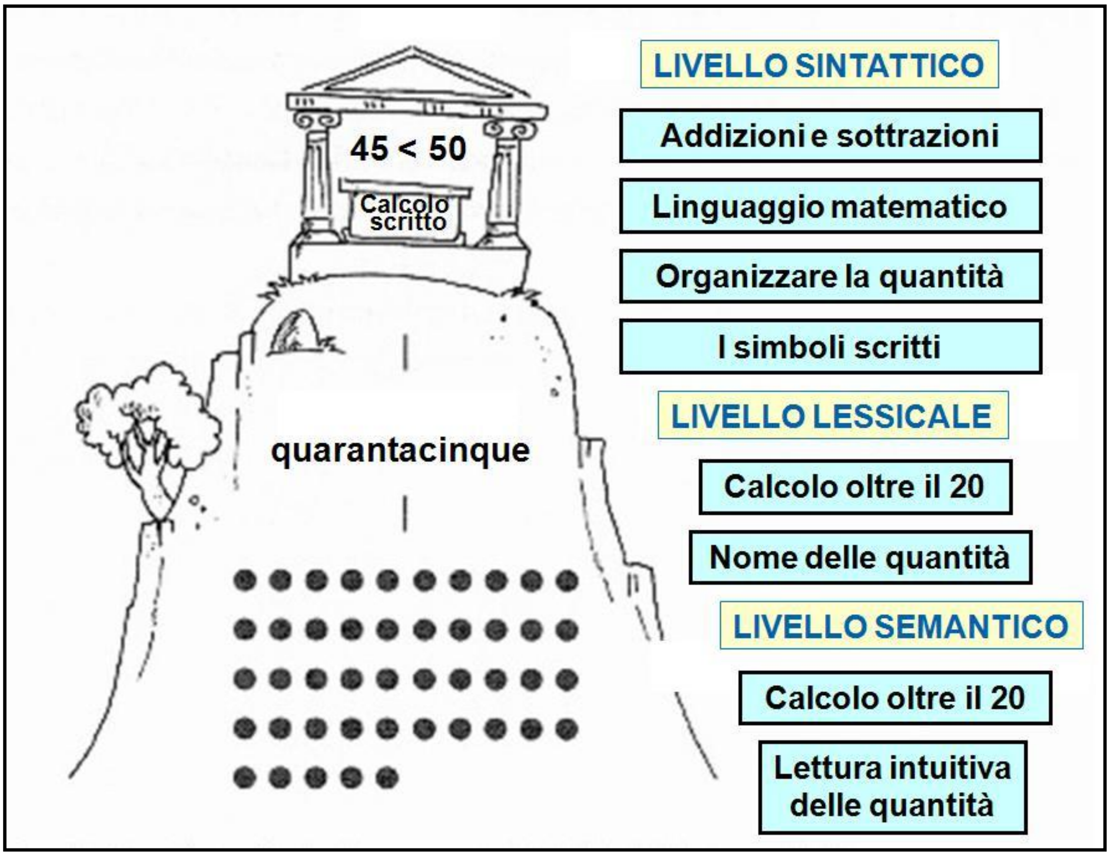


Fig.36

Lettura intuitiva delle quantità

La didattica tradizionale prevede la conoscenza graduale dei numeri dall'uno al nove senza far distinzione tra i livelli semantico, lessicale e sintattico; solo dopo aver introdotto il concetto di decina e conteggio a basi diverse vengono presentati i numeri dal 10 al 20 tramite l'abaco. Io, utilizzando la linea del 20, ho cominciato sin da subito a far leggere le quantità da 1 a 20 muovendomi inizialmente solo a livello semantico e lessicale attraverso giochi che sviluppano il riconoscimento istantaneo della quantità (subitizzazione). Ci sono tutta una serie di attività che si possono fare con lo strumento: dalla semplice lettura delle quantità da zero a venti e da venti a zero, all'intuizione dei numeri cugini (1-11, 2-12, 3-13…..), alla scomposizione del numero venti (quanti bambini svegli? Quanti dormono?) (vedi figura 37). Con lo strumento possiamo anche far intuire ai bambini con facilità il concetto di irrilevanza all'ordine, per esempio il numero 5 lo possiamo rappresentare alzando i primi 5 tasti o gli ultimi 5 tasti (vedi figura 38). Possiamo anche contare in modo diverso, per esempio partendo dal fondo, o alzando i tasti nella parte centrale dello strumento. La cosa bella è che attraverso questi giochi i bambini scoprono da soli i segreti dei numeri. Il bambino partecipa attivamente alla costruzione del proprio sapere e arriva da solo alla comprensione dei concetti. La linea del 20, a differenza del Rekenrek e degli altri strumenti analogici, presenta le cifre arabiche, ciò può mettere in confusione alcuni alunni, ma passata la difficoltà iniziale, la presenza dei numeri mi è stata utile per far capire ai bambini che, oltre alla rappresentazione da sinistra a destra, le quantità si possono rappresentare in molti modi. Nella figura 39 è rappresentata la quantità 8, composta da 5 tasti rossi (da 6 a 10) e 3 verdi (da 11 a 13).

Fig.37

Fig.38

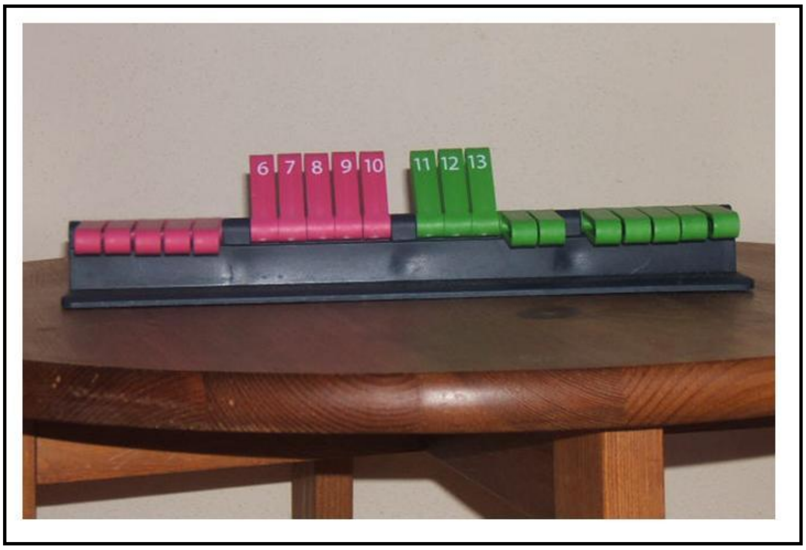


Fig.39

Naturalmente, oltre all’attività con lo strumento, la lettura intuitiva delle quantità (così come tutti gli argomenti successivi) è stata sviluppata in classe con il testo di Bortolato “La linea del 20”[23] . nella figura 40 un esercizio tratto dal testo.

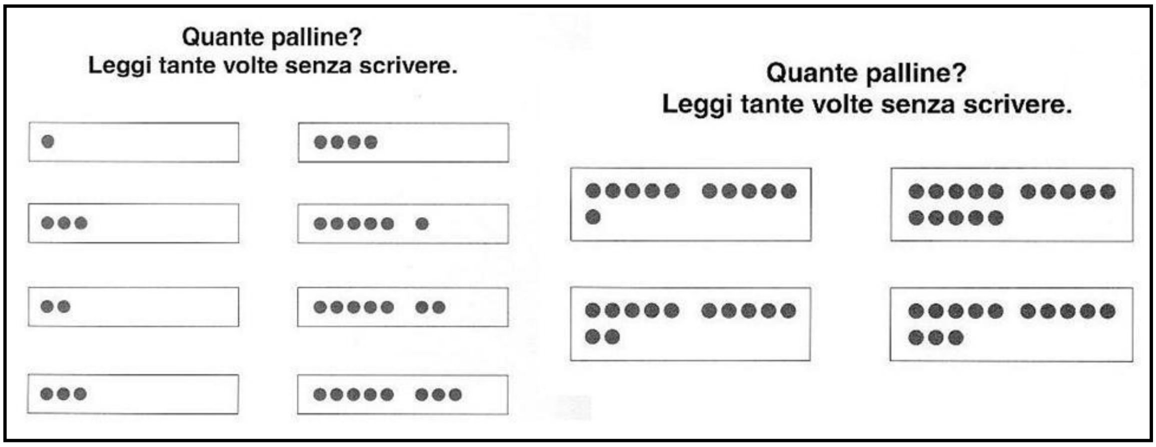


Fig.40

[23] **Bortolato C.** *La linea del 20*, Trento, Erikson, 2005

Il numero scritto

Dopo la lettura delle quantità compare il numero scritto. Adesso i bambini non devono riconoscere il numero di palline ma giocare a leggere i simboli scritti. Utile è il numerario, un semplice strumento che permette di leggere i numeri scoprendo gradualmente il valore posizionale delle cifre (vedi figura 41). I bambini leggono i numeri giocando e senza pensare alla quantità, questo facilita l'apprendimento.

Fig.41

Devo ammettere un mio errore: purtroppo io il numerario non lo conoscevo ancora e l'ho usato solo a partire dalla classe seconda. Non nascondo di aver avuto anche qualche dubbio sulla validità del metodo vedendo che i bambini avevano difficoltà ad associare i simboli arabici ai nomi dei numeri ma non mi sono perso d'animo ed ho fatto lavorare i bambini sul quaderno con tutta una serie di esercizi che avevano il compito di sopperire a quella che pensavo una lacuna del metodo analogico (vedi per esempio le figure 42 e 43).

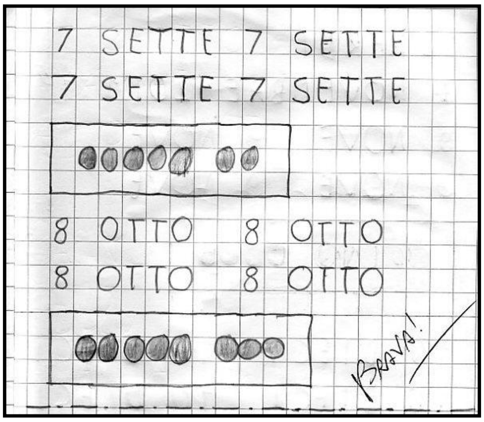


Fig.42

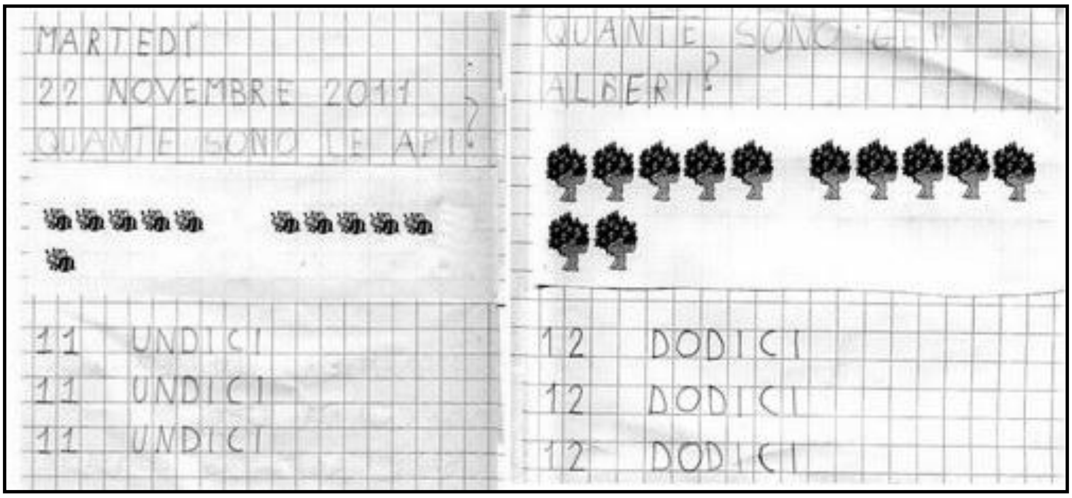


Fig.43

Organizzare la quantità

Siamo arrivati in cima alla montagna: adesso il bambino dovrà riconoscere il numero precedente e successivo, maggiore e minore e così via (vedi figure 44 e 45).

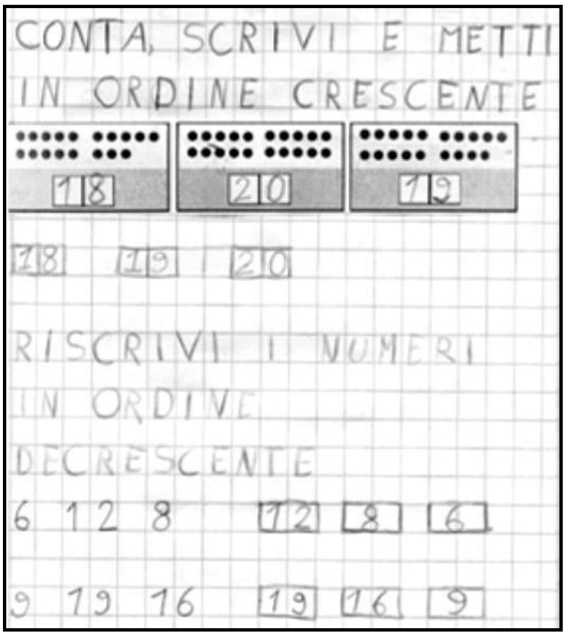


Fig.44

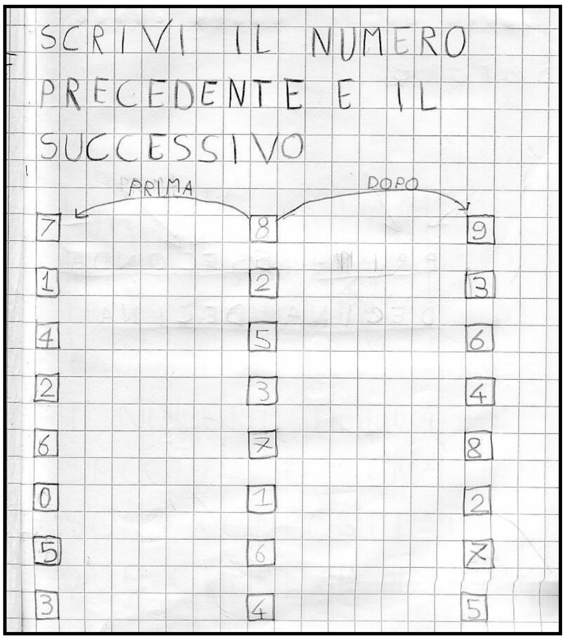


Fig.45

L'aspetto sintattico riguarda anche le rappresentazioni simboliche dei concetti come per esempio i simboli minore di… (<) uguale (=) e maggiore di… (>). Una volta verificata l'acquisizione di tali concetti ho ritenuto di poter presentare anche i simboli utilizzando l'immagine del pesciolino che apre la bocca (vedi figura 46). Sinceramente i bambini non hanno avuto grosse difficoltà ad associare il simbolo ai concetti che ormai avevano appreso.

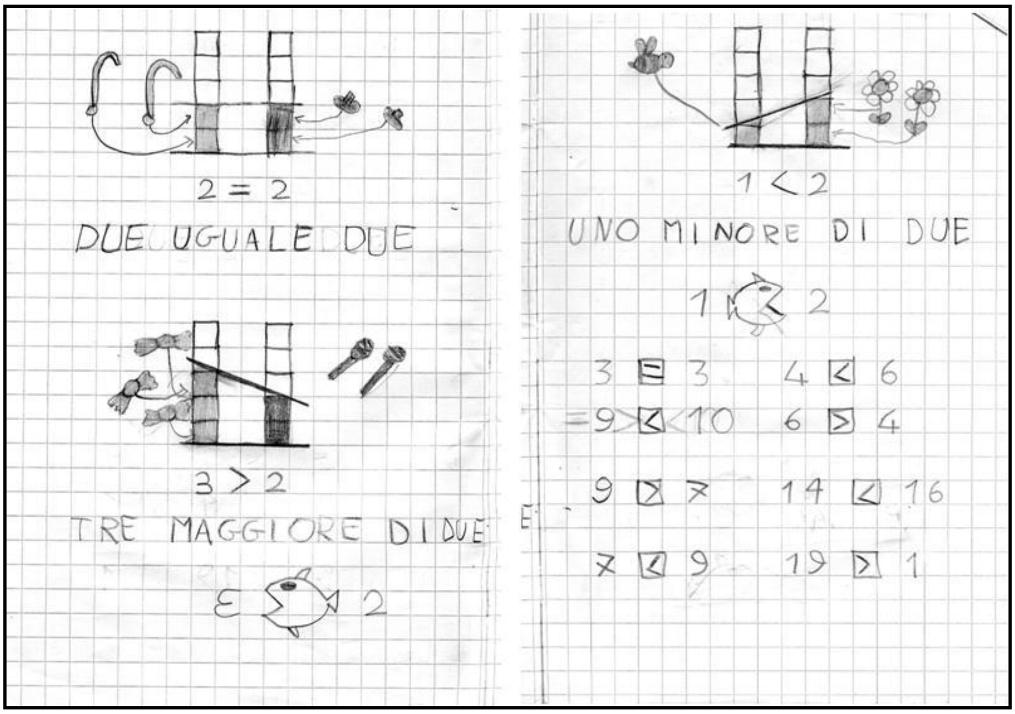


Fig.46

Il linguaggio matematico

Grande importanza riveste il linguaggio matematico, ogni parola può infatti determinare il significato di una frase: posso dire “colora tre palline” oppure “colora la terza pallina” e tutto cambia. La figura 47 mostra un elenco di frasi e parole che ho utilizzato in alcuni esercizi per introdurre il linguaggio matematico. Naturalmente molte espressioni erano state già utilizzate precedentemente, ma in questa fase è stato importante metterle a confronto per stimolare una ulteriore riflessione.

- Colora 3 palline– colora la pallina numero 3 – colora la terza pallina……
- Colora 10 palline – colora la decima pallina – colora una decina di palline
- colora dieci palline – colora la pallina numero 10 – colora dieci unità
- colora la decima unità – colora una decina di unità – colora mezza decina
- colora cinque unità – colora una cinquina – colora due cinquine
- colora la decima unità – colora due unità di palline………
- Colora tutte le palline – colora tutte tranne una – colorane alcune
- colora ciascuna pallina – colora ognuna – colora ogni pallina
- colora quasi tutte le palline……..
- Colora la seconda pallina – colora la seconda pallina della seconda decina
- colora la seconda pallina della prima decina – colora una decina e due unità
- colora la penultima pallina – colora la penultima pallina della prima decina
- colora dodici unità – colora una decina di unità – colora due decine di unità
- colora l’ultima pallina – colora la terzultima pallina……….
- Colora una decina di palline – colora due cinquine di palline

Fig.47

Addizioni e sottrazioni

Utilizzando lo strumento, in breve tempo è possibile passare al calcolo vero e proprio. Non c’è bisogno di grandi spiegazioni, basta fare alcuni esempi e i bambini intuiscono con facilità che addizione significa aggiungere e sottrazione significa togliere. Nella figura 48 un esempio di addizione.

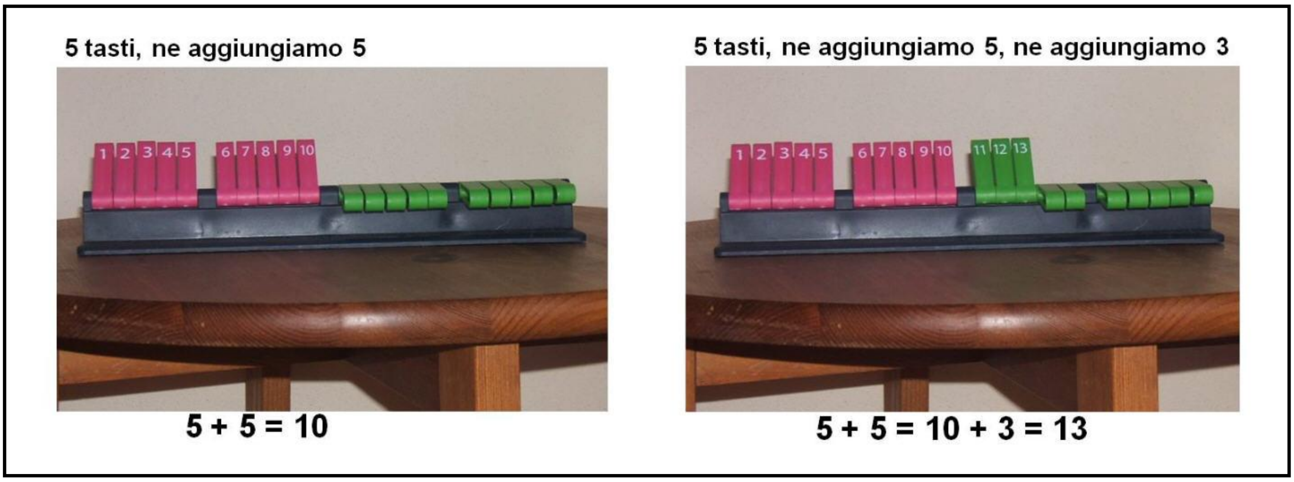


Fig.48

L’unica indicazione che ho dato agli alunni è quella di muovere i tasti con un colpo solo senza alzare o abbassare un tasto alla volta, questo perché occorre “vedere” la quantità da aggiungere o togliere senza contare. I bambini potranno usare varie strategie di calcolo, per esempio 10 meno 6 potrà essere eseguito abbassando gli ultimi sei tasti (vedi figura 49), ma anche abbassando i primi sei tasti (vedi figura 50).

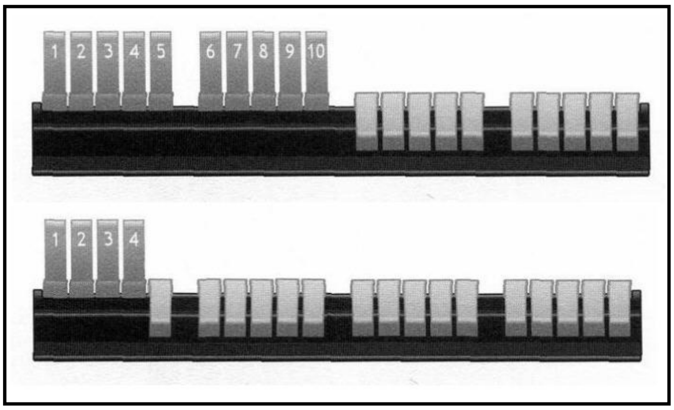


Fig.49

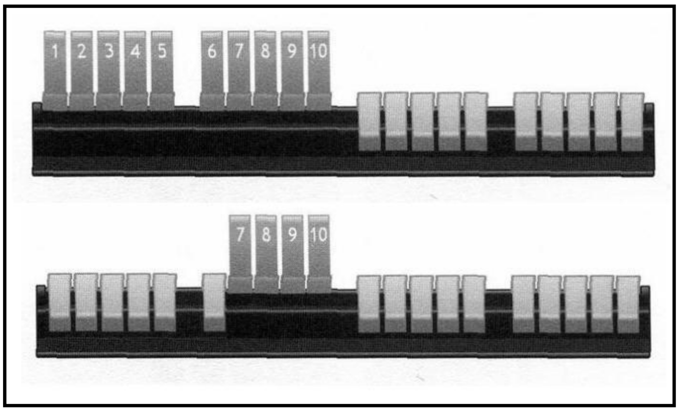


Fig.50

Gradualmente occorrerà abbandonare lo strumento: prima ho fatto svolgere ai bambini le operazioni con lo strumento chiuso (vedi figura 51), poi guardando le palline (vedi figura 52) e infine senza utilizzare lo strumento (vedi figura 53).

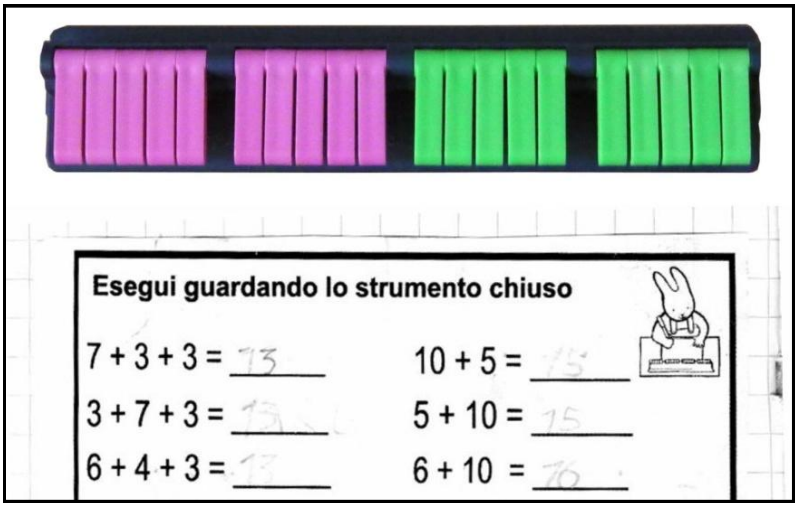
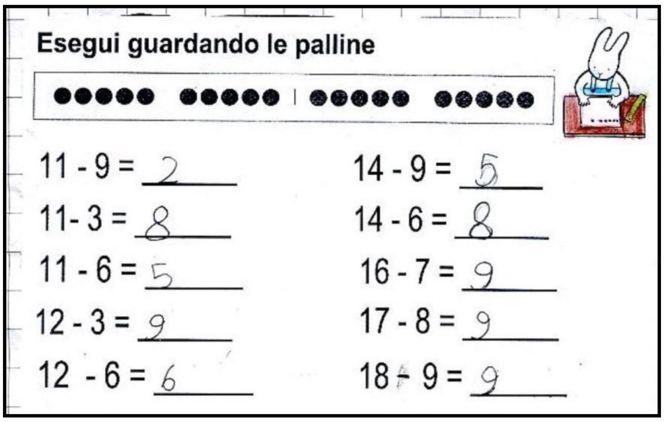
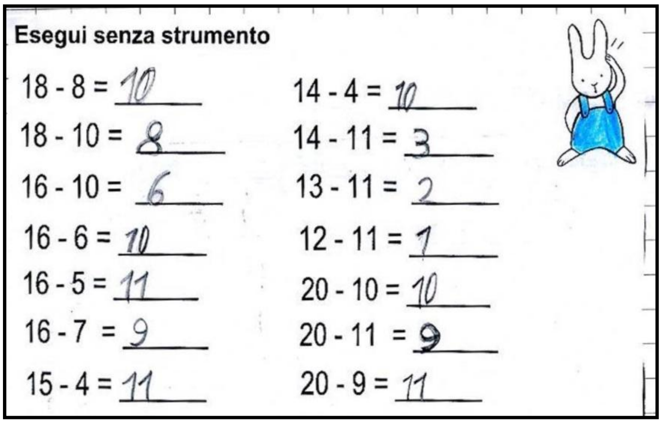


Fig.51


Esegui guardando le palline

11 - 9 = 2 | 14 - 9 = 5
11 - 3 = 8 | 14 - 6 = 8
11 - 6 = 5 | 16 - 7 = 9
12 - 3 = 9 | 17 - 8 = 9
12 - 6 = 6 | 18 - 9 = 9

Fig.52


Esegui senza strumento

18 - 8 = 10 | 14 - 4 = 10
18 - 10 = 8 | 14 - 11 = 3
16 - 10 = 6 | 13 - 11 = 2
16 - 6 = 10 | 12 - 11 = 1
16 - 5 = 11 | 20 - 10 = 10
16 - 7 = 9 | 20 - 11 = 9
15 - 4 = 11 | 20 - 9 = 11

Fig.53

Calcolo oltre il 20

Quando ho detto ai bambini che avrei disegnato sulla lavagna 100 palline non ci volevano credere. Pensavano che fosse impossibile rappresentare il numero 100 nella lavagna della classe. Se avessi utilizzato l'abaco avrei dovuto usare un'unica pallina di coloro verde, ma io ho fatto vedere ai bambini realmente la quantità cento: ho disegnato con il gesso 100 palline raggruppate in decine e cinquine (vedi figura 54), poi abbiamo giocato a indovinare le palline: "che numero è questo?" chiedevo. Sinceramente sono rimasto sorpreso: molti sapevano il nome delle palline indicate anche oltre il 20 e chi non lo sapeva imparava subito. Ho presentato così l'armadio del 100, un armadio con dieci ripiani: cinque sopra e cinque sotto (vedi figura 55).

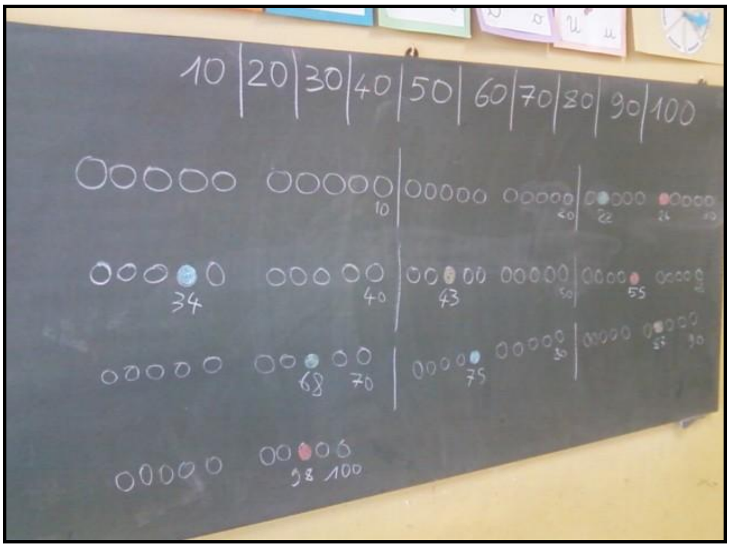


Fig.54

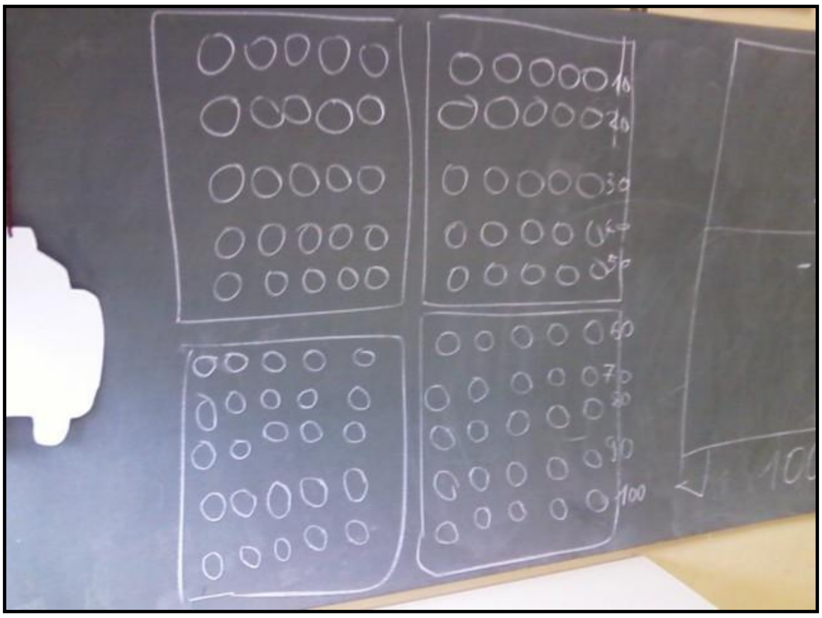


Fig.55

La mossa successiva è stata quella di far vedere agli alunni l’armadio con i numeri da uno a cento. I bambini hanno notato subito alcune analogie: si sono accorti che in ogni ripiano dell’armadio ci sono numeri cugini e che gli ultimi numeri di ogni ripiano finiscono con lo zero, inoltre, leggendo in verticale, i numeri che hanno due cifre presentano la prima cifra che va da uno a nove mentre la seconda cifra è sempre la stessa. Che bello! L’apprendimento diventa scoperta e quando ho proposto di scrivere sul quaderno i numeri da 1 a 100 nelle palline vuote di un armadio tutti anno scritto i numeri senza alcun problema (vedi figura 56).

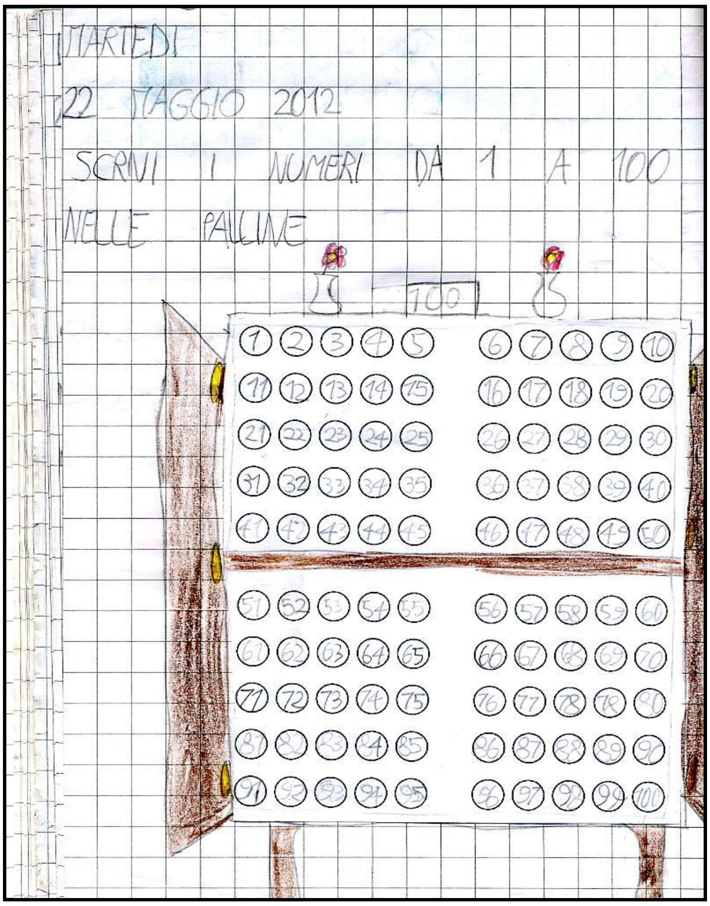


Fig.56

Alla fine mi hanno chiesto se potevo rappresentare sulla lavagna il numero 1000 ed io ho disegnato 10 armadi del 100 (vedi figura 57). Qualcuno potrebbe farmi notare che proporre i numeri oltre il 20 in prima elementare significhi andare troppo veloce, ma in realtà bisogna vedere come si presentano i numeri. Per esempio, il centinaio è stato affrontato esclusivamente a livello semantico e lessicale ma non a livello sintattico: è stato facile per i bambini imparare a conoscere i numeri fino a cento ma nessuno ha preteso che potessero fare i calcoli entro il 100!

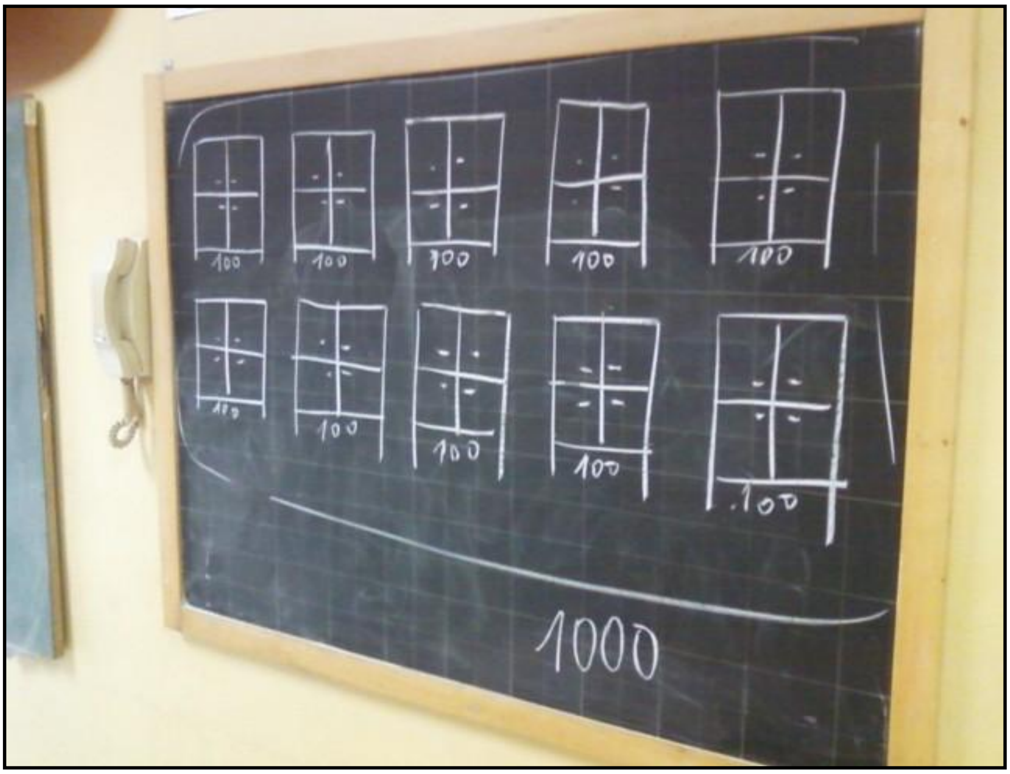


Fig.57

Problemi in classe prima

Per quanto riguarda i problemi, ho seguito i consigli di Camillo Bortolato che suggerisce di affrontarli nella seconda parte dell'anno scolastico, quando i bambini hanno una maggior competenza nelle abilità aritmetiche e sono anche in grado di leggere più agevolmente il testo. Anche nel caso dei problemi è importante mettere a fuoco un obiettivo per volta portando avanti un percorso graduale che potremo suddividere in tre parti: 1) comprensione del problema; 2) scegliere l'operazione osservando il disegno; 3) scegliere l'operazione senza l'aiuto del disegno. Facciamo qualche esempio: la figura 58 mostra una scheda che ho preparato per la comprensione dei problemi. Come si vede si chiede agli alunni di leggere il testo, disegnare le informazioni mancanti e rispondere ad alcune domande. In questa prima fase non viene richiesto di scegliere l'operazione per risolvere un problema.
La figura 59 mostra un'altra scheda realizzata da me ispirandomi ai testi di Bortolato. In questo caso all'alunno viene chiesto di osservare il disegno e di realizzare una divisione di ripartizione. Si tratta di un tipo di problema propedeutico all'operazione di divisione che

verrà presentata in classe seconda, intuitivamente però un bambino di classe prima è già capace di risolvere problemi di questo tipo.

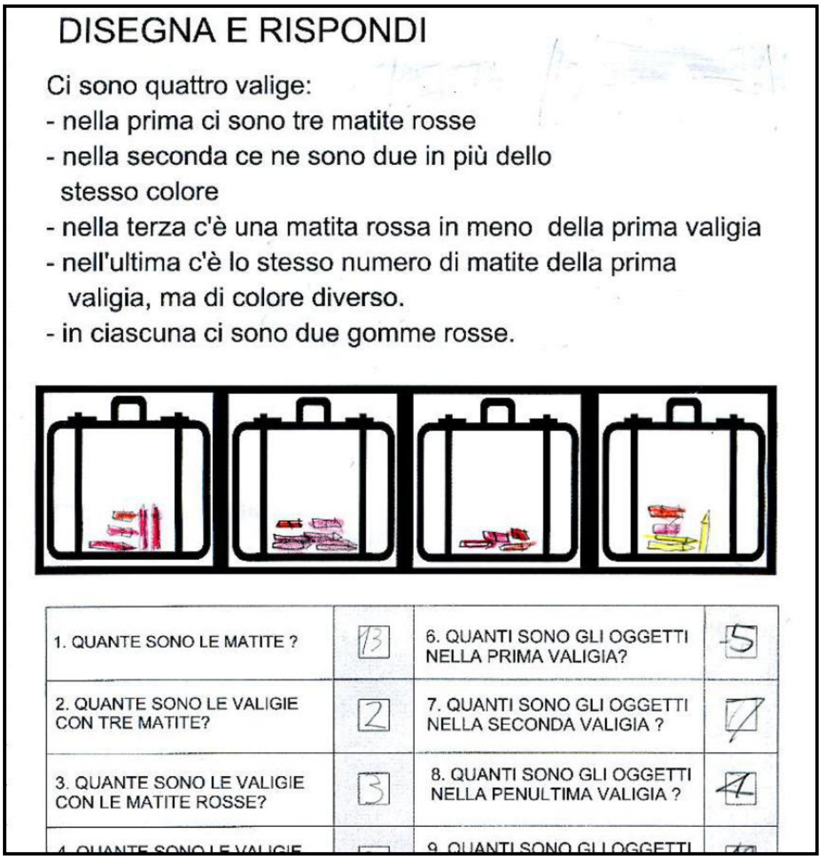


Fig.58

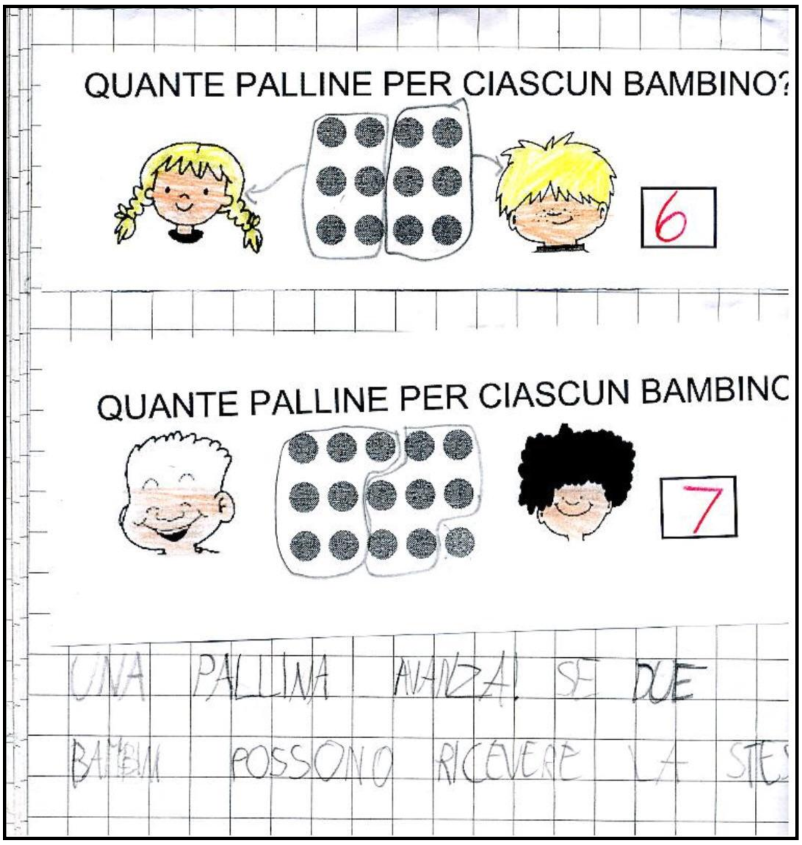


Fig.59

la figura 60 mostra una scheda realizzata per far scegliere l'operazione osservando il disegno. Adesso viene chiesto all'alunno di scrivere l'operazione aritmetica scegliendo tra addizione e sottrazione.

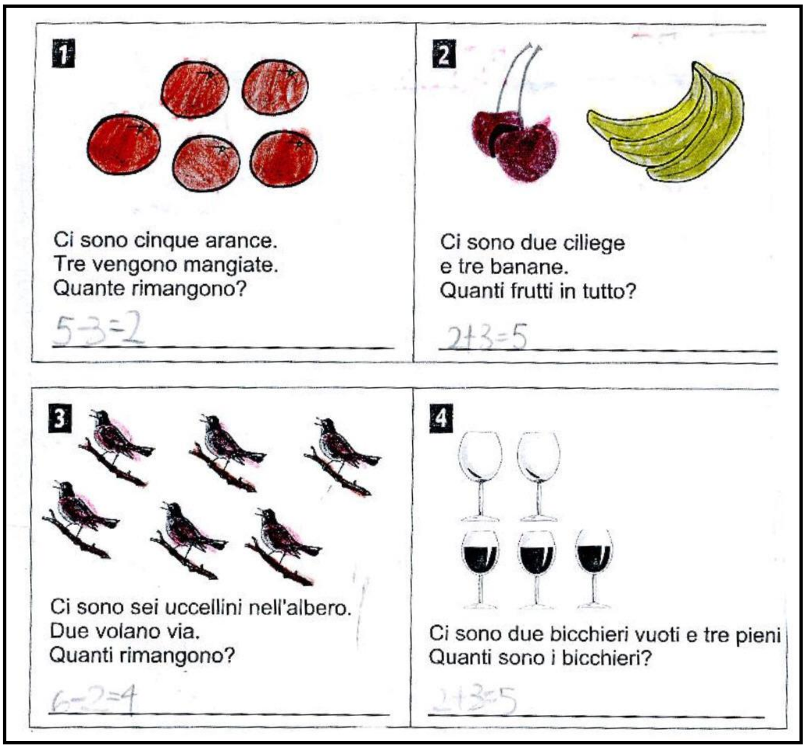


Fig.60

Infine, la figura 61 mostra alcuni problemi simili ai precedenti ma con qualche difficoltà in più che io ho proposto alla classe a fine anno scolastico: i primi due problemi riguardano la differenza mentre gli altri due presentano gli euro.

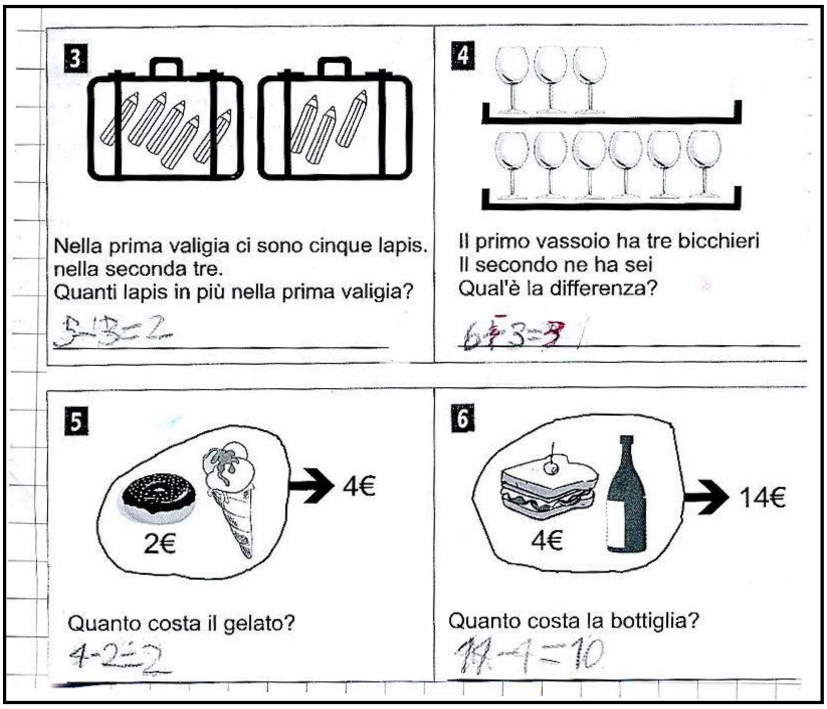


Fig.61

Capitolo 6

Attività in classe seconda

"Gli algoritmi (…). Intelligente è chi li ha inventati, non chi li usa"
CAMILLO BORTOLATO

Conoscere il centinaio

In classe seconda si comincia sin da subito a prendere dimestichezza con il centinaio usando la "linea del 100". Si tratta di uno strumento familiare ai bambini perché molto simile all'armadio del 100 che già hanno conosciuto in classe prima. Come accennato nel capitolo 4, la linea del 100 presenta 10 fessure (10 scaffali), ognuna delle quali mostra 10 palline raggruppate in cinquine. Le fessure si possono anche coprire per permettere all'alunno di rappresentare una certa quantità. Inoltre è possibile far scorrere la matrice all'interno dello strumento per visualizzare il codice arabico corrispondente. nelle figure 62 e 63 è rappresentato il numero 36 composto da 3 scaffali e sei palline (3 decine e 6 unità).

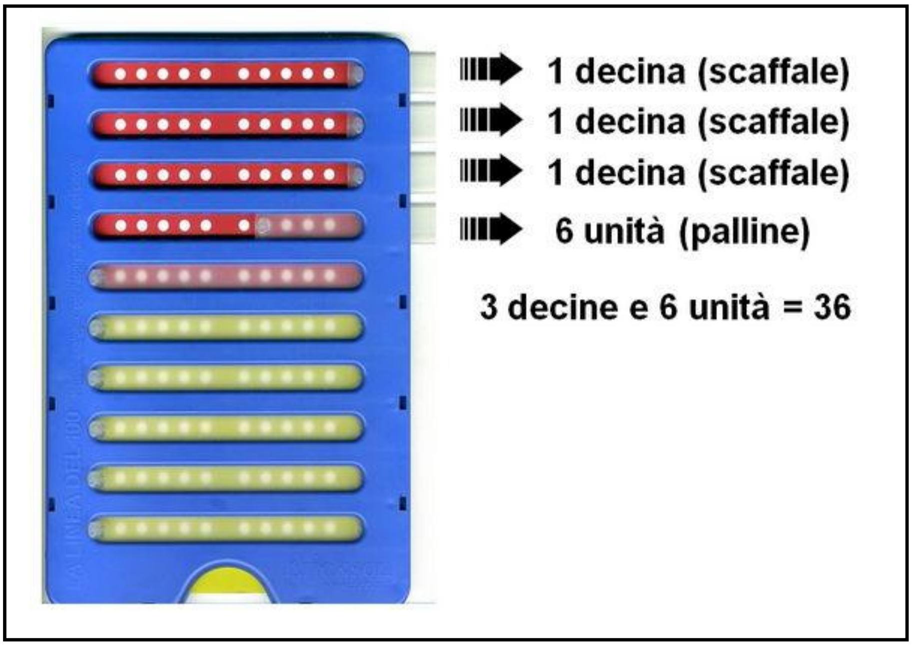


Fig.62

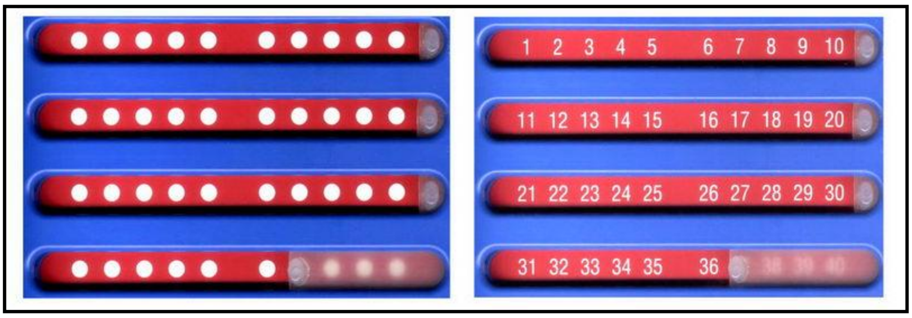


Fig.63

Con la linea del 100 è possibile svolgere tutta una serie di attività per conoscere il centinaio. Per esempio, oltre alla semplice lettura delle quantità si possono fare tutta una serie di esercizi di scomposizione (vedi figure 64, 65 e 66). L'attività con lo strumento è stata affiancata dagli esercizi sul libro[24], inoltre ho approfondito l'argomento anche sul quaderno (vedi figura 67).

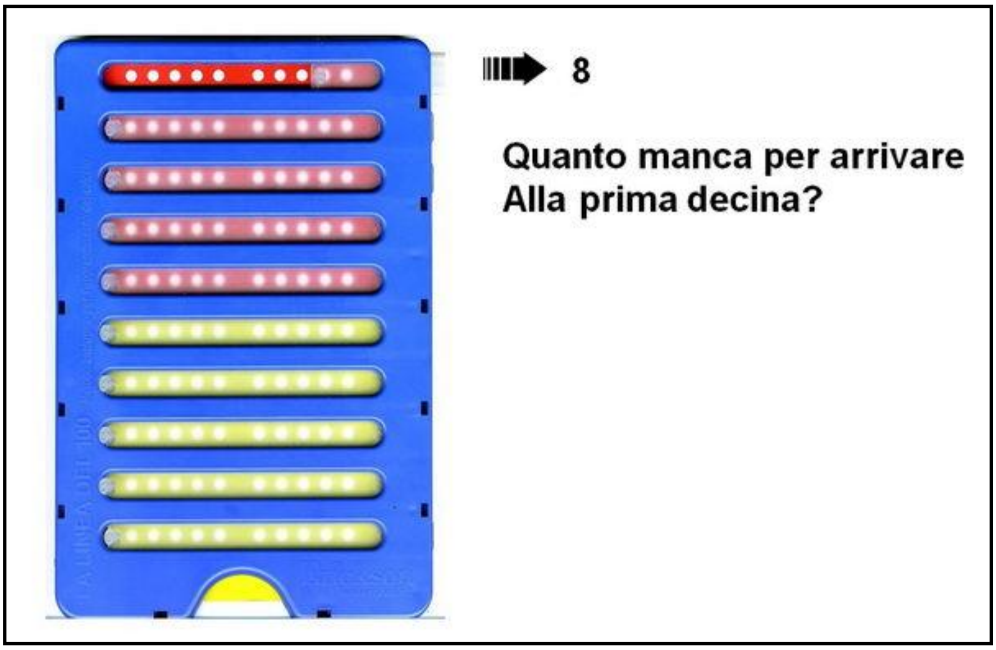


Fig.64

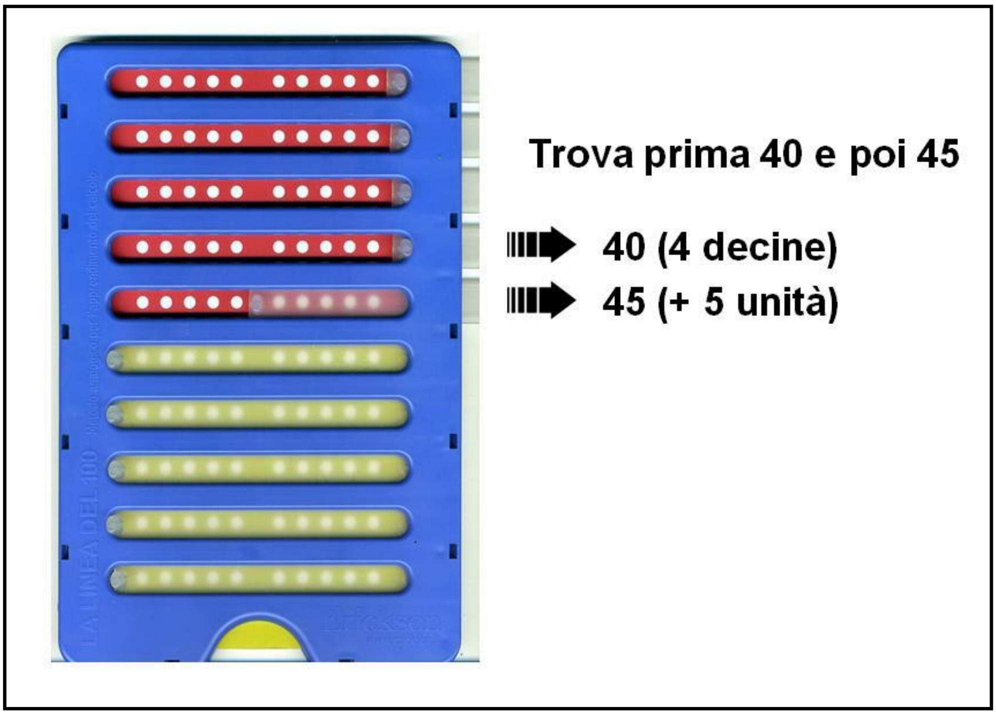


Fig.65

[24] **Bortolato C.** *La linea del 100*, Trento, Erikson, 2008

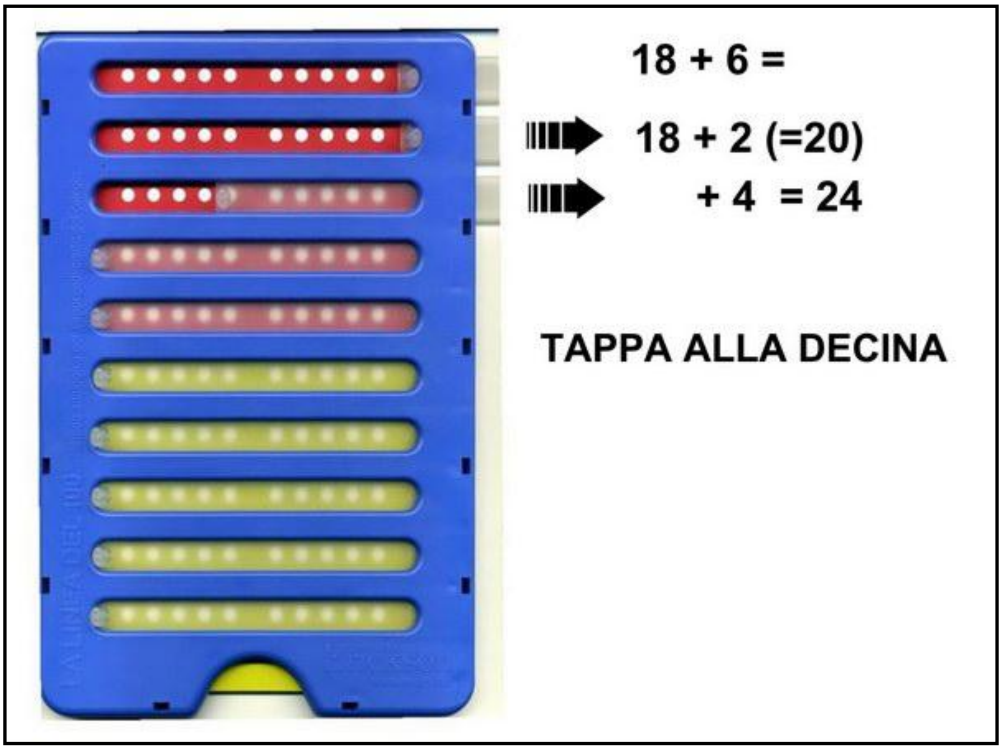

18 + 6 =
18 + 2 (=20)
+ 4 = 24
TAPPA ALLA DECINA

Fig.66

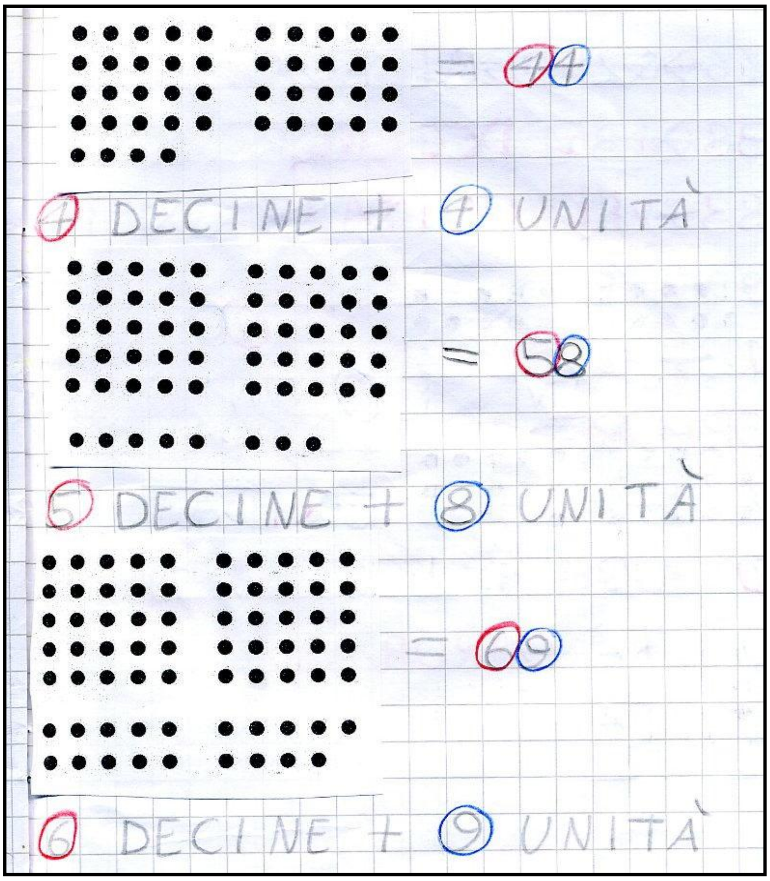

= 44
4 DECINE + 4 UNITÀ
= 58
5 DECINE + 8 UNITÀ
= 69
6 DECINE + 9 UNITÀ

Fig.67

Il lavoro con la linea del 100 è stato poi affiancato all'attività con il numerario (vedi capitolo 4). Dalla classe seconda ho potuto usufruire della LIM, quindi mi sono procurato il volume "Apprendere con il metodo analogico e la LIM 1"[25] con allegato il cd-rom e utilizzato il numerario sulla lavagna multimediale. Nelle figure 68 e 69 due tipi di esercizi che si possono fare con il numerario utilizzando la LIM, ma gli stessi esercizi si possono fare anche utilizzando il numerario costruito con le costole dei quaderni ad anelli o quello tradizionale (figura 70). Oltre al numerario, per imparare a leggere i numeri (aspetto lessicale), ho utilizzato anche esercizi sul quaderno: nella figura 71 uno degli esercizi. Dopo aver verificato che i bambini avevano ben compreso i concetti di unità (pallina), decina (scaffale) e centinaio (armadio) ho presentato i simboli u, da, h. Con l'occasione ho anche parlato dell'abaco (vedi figura 72).

Fig.68

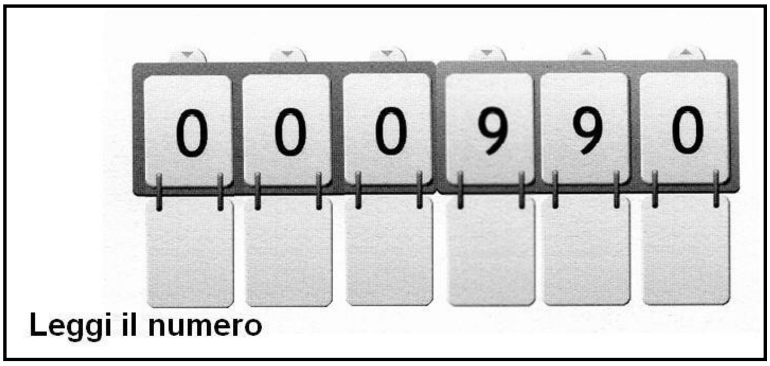


Fig.69

Fig.70

[25] **Bortolato C.** *Apprendere con il metodo analogico e la LIM 1*, Trento, Erikson, 2011

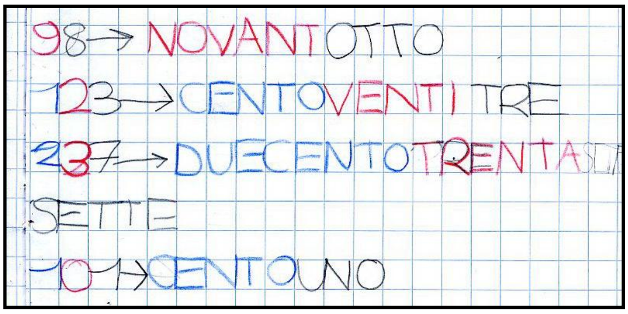


Fig.71

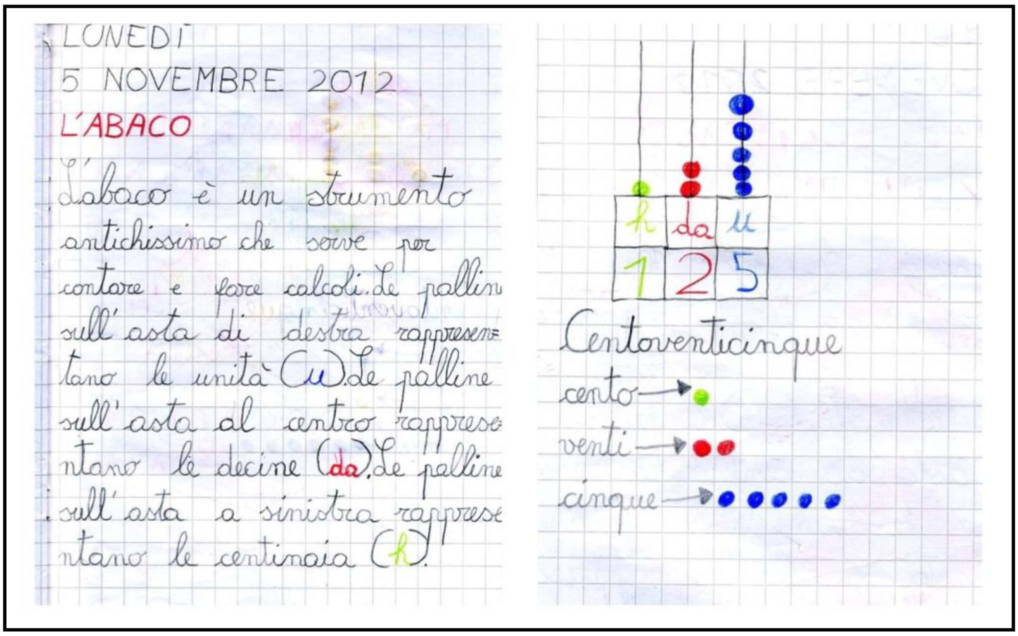


Fig.72

Naturalmente la linea del 100 può essere usata anche per le addizioni e le sottrazioni: per le addizioni occorre rappresentare separatamente gli addendi e poi calcolare associando separatamente decine e unità (vedi figura 73), mentre per le sottrazioni si copriranno le palline da sottrarre. È importante scegliere la strategia migliore. Ad esempio, nella sottrazione 32 – 20 chiuderemo due decine chiudendo le due fessure (scaffali dell'armadio) superiori (vedi figura 74).

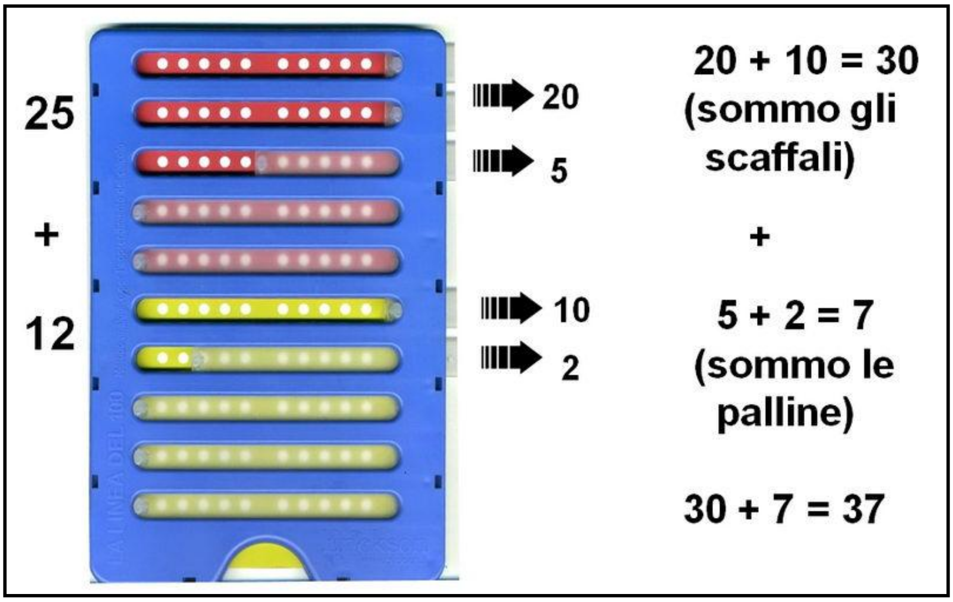


Fig.73

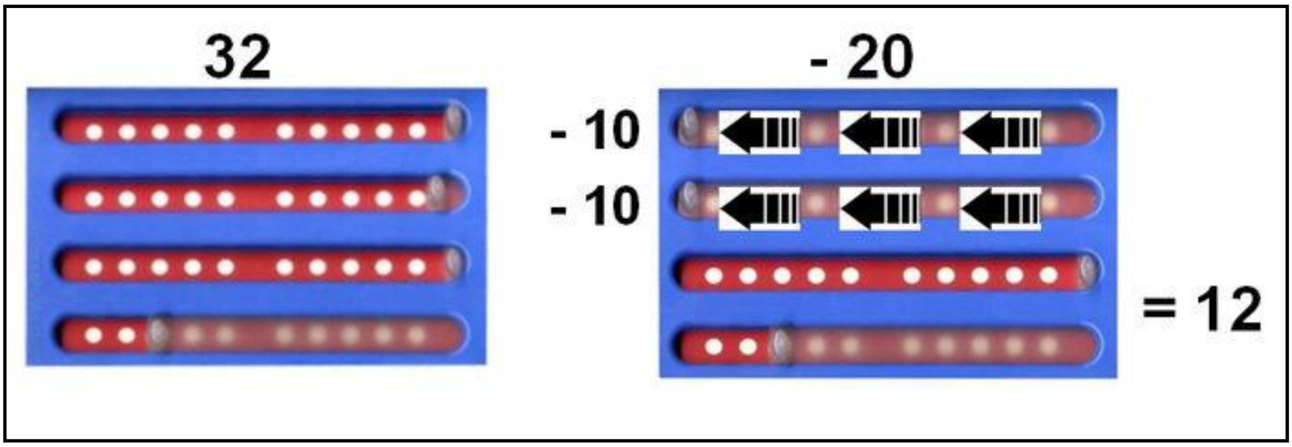


Fig.74

Calcolo mentale oltre il cento

Siamo arrivati al calcolo oltre il cento; sul quaderno ho presentato la casa del mille, costituita da 10 armadi del 100 (vedi figura 75).

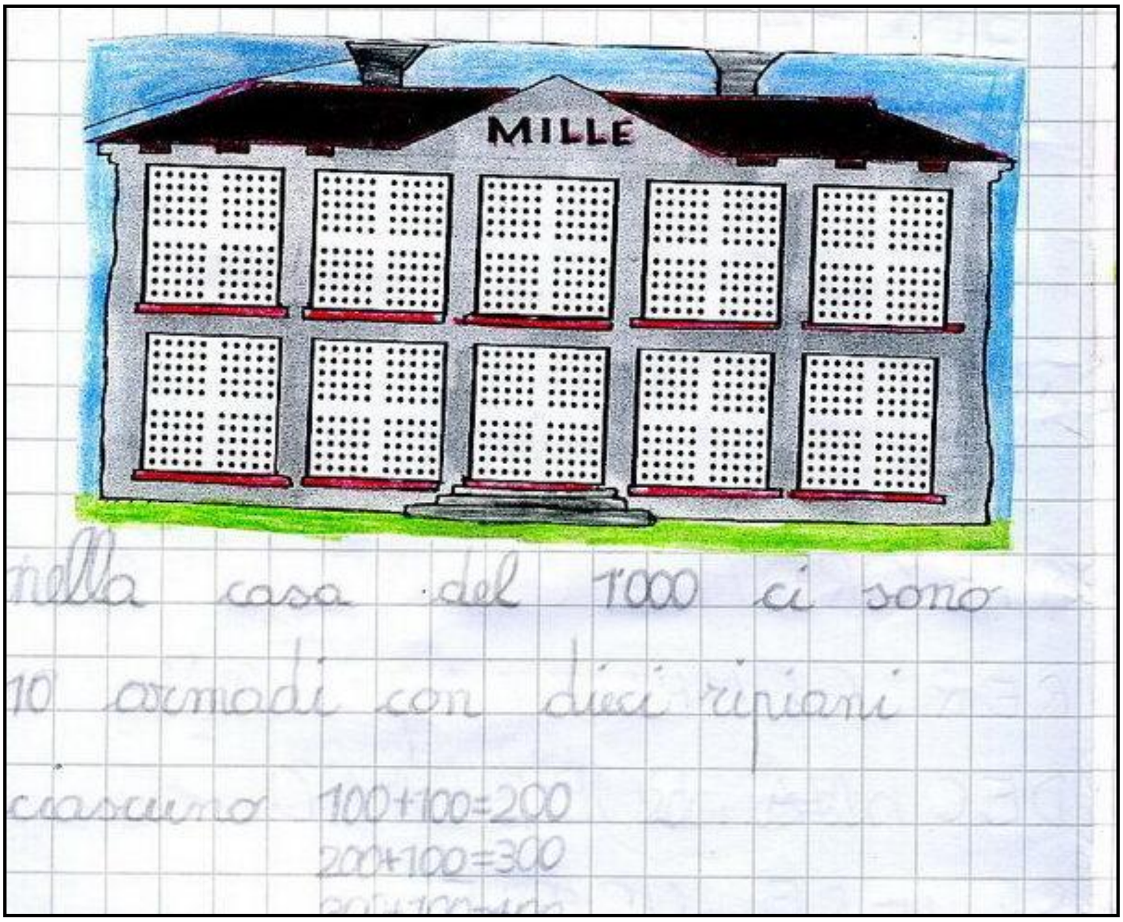


Fig.75

Poi ho distribuito ad ogni alunno la “linea del 100”, una scheda plastificata con i 10 armadi e un rettangolo di acetato colorato trasparente (vedi figura 76), servirà per fare i calcoli oltre il 100. Nella figura 77 è rappresentato il numero 140, mentre nella figura 78 un esercizio sul libro di Bortolato “La linea del 100” che ho utilizzato come libro di testo.

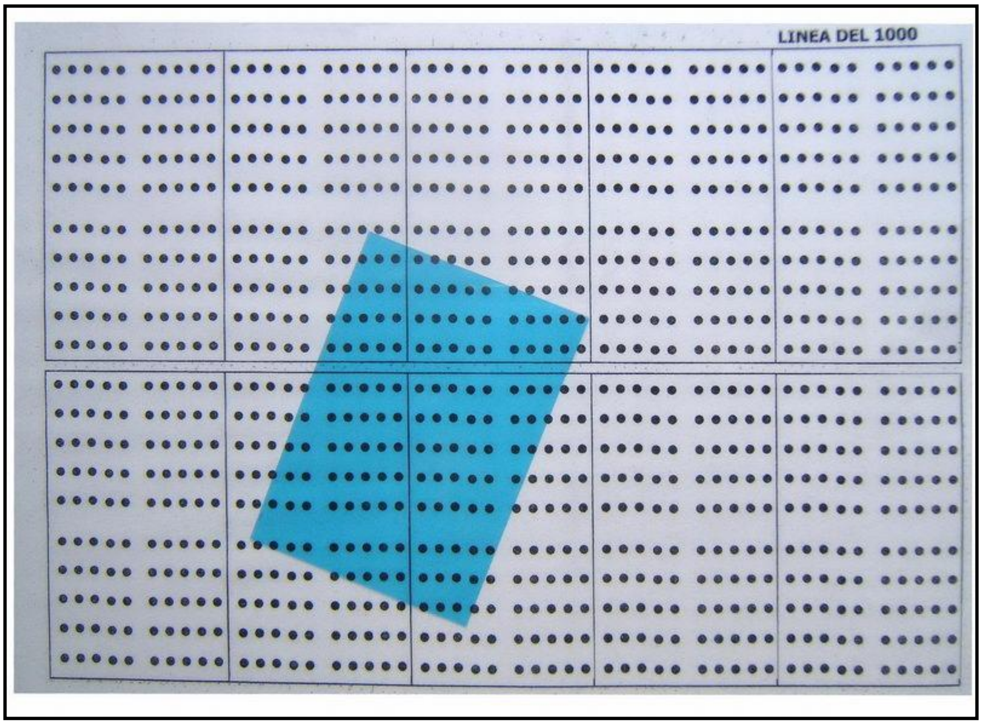


Fig.76

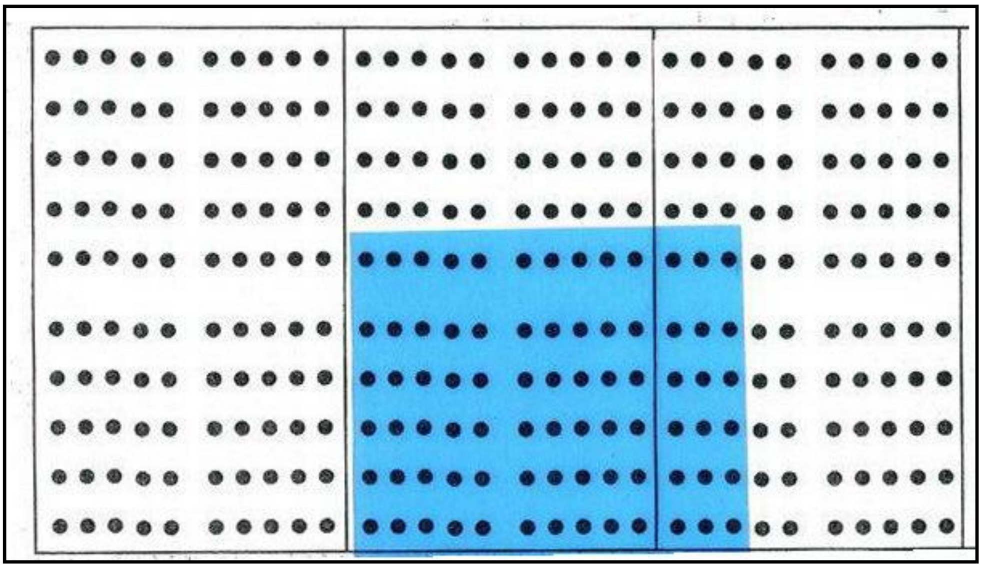


Fig77

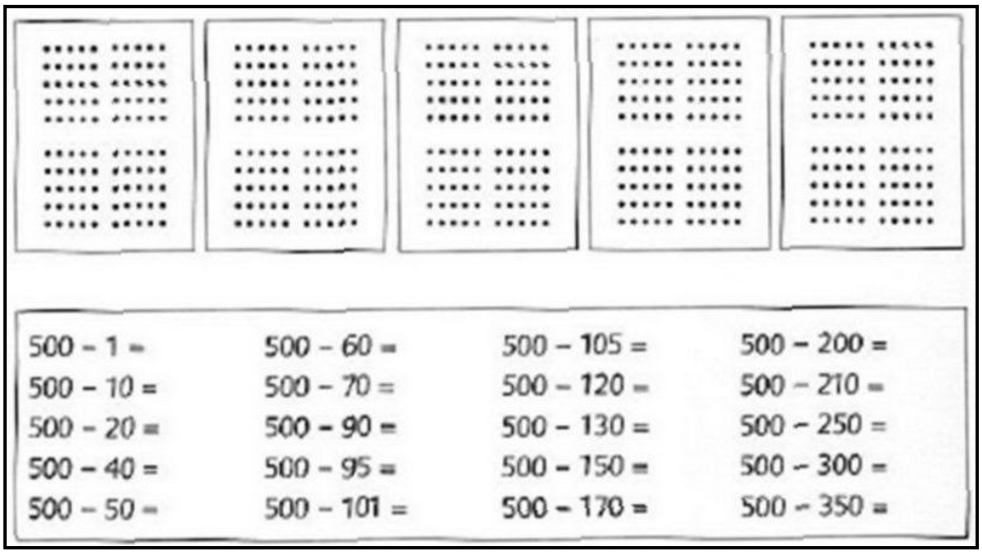


Fig.78

I bambini, curiosi, mi hanno chiesto di vedere il diecimila che avevamo conosciuto sul numerario a livello esclusivamente lessicale, qualcuno aveva già intuito che era costituito da10 case del 1000. Io gli ho mostrato il "quartiere del diecimila " che sarà utile in classe quarta (vedi figura 79).

Fig.79

Consolidare i concetti acquisiti

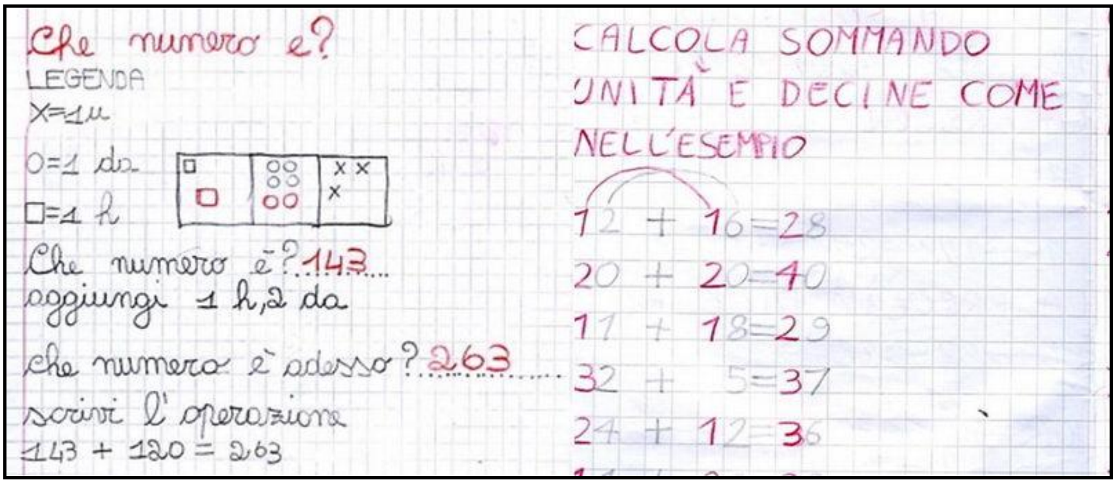
Nella mia esperienza con il metodo analogico in classe prima e seconda ho usato gli strumenti ed i libri di Camillo Bortolato, utilizzando quindi il "Metodo Bortolato", nonostante ciò, durante il mio percorso didattico ho sentito l'esigenza di modificarne parzialmente lo sviluppo introducendo attività di consolidamento sul quaderno non previste dal Metodo Bortolato "puro". Guardiamo qualche esempio:

- **SIMBOLI MAGGIORE, MINORE E UGUALE**
  Dopo aver verificato la completa comprensione ed assimilazione dei concetti di maggiore, minore e uguale, ho usato, nella classe prima, l'immagine del pesciolino che apre la bocca e si gira a dx o sx per mangiare il numero maggiore (favorendo un'analogia con i simboli). I bambini hanno associato con facilità i concetti appresi in precedenza ai simboli **>**, **<**, **=**.
- **RIGA E COLONNA**
  I concetti di riga e colonna sono stati introdotti addirittura fin dai primi giorni sfruttando le occasioni che si presentavano a scuola. Per esempio, ogni volta che i bambini si dovevano mettere in fila per andare alla mensa io chiamavo i bambini indicando le righe o le colonne di banchi (prima , seconda , terza, quarta, quinta riga oppure colonna). In tal modo i bambini hanno assimilato naturalmente tali concetti che poi ho utilizzato per gli schieramenti.

- **SIMBOLI DI UNITÀ DECINA E CENTINAIO**
  I concetti di unità, decina e centinaio i bambini li hanno compresi tramite l'armadio (il centinaio), gli scaffali dell'armadio (le decine) e le palline (unità); per esempio, il numero 256 può corrispondere a 256 palline (o 256 unità), a due armadi e 56 palline (due centinaia e 56 unità), oppure a 2 armadi, 5 scaffali e 6 palline (due centinaia, 5 decine e 6 unità). Una volta acquisiti tali concetti_è stato semplice introdurre i relativi simboli ***u***, ***da*** e ***h***, che i bambini hanno poi individuato nelle cifre dei numeri proposti con il numerario. Successivamente ho potuto anche proporre esercizi di scomposizione.
  In pratica le varie attività vengono sviluppate prima con gli strumenti, poi (dopo aver acquisito i concetti) consolidate in forma scritta sul quaderno, utilizzando anche esercizi "tradizionali" (vedi figura 80 e 81).

Fig.80

Fig.81



Calcolo scritto

Il 12 dicembre ho spiegato agli alunni come incolonnare i numeri per fare l'addizione in colonna. Ormai i bambini hanno assimilato i concetti di unità, decina e centinaio e quindi diventa superfluo far scrivere sopra ad ogni colonna il rispettivo simbolo. Tra l'altro, come dice Bortolato, le operazioni in colonna sono algoritmi, una serie di procedimenti inventati apposta per fare calcoli complessi con facilità. Nell'addizione le cifre dei numeri vengono calcolate colonna per colonna come se fossero tutte unità, senza prenderene in considerazione il valore posizionale: basta saper fare il calcolo mentale entro il 20 ed è possibile fare qualsiasi tipo di addizione. Nel caso del riporto ho semplicemente spiegato la procedura lasciando liberi i bambini di memorizzarlo per iscritto o con le dita. Sinceramente i bambini non hanno avuto grosse difficoltà e nello stesso esercizio siamo passati da 5 + 4 = 9 a 816 + 241 = 1057. Nella figura 82 e 83 addizioni e sottrazioni.

Fig.82

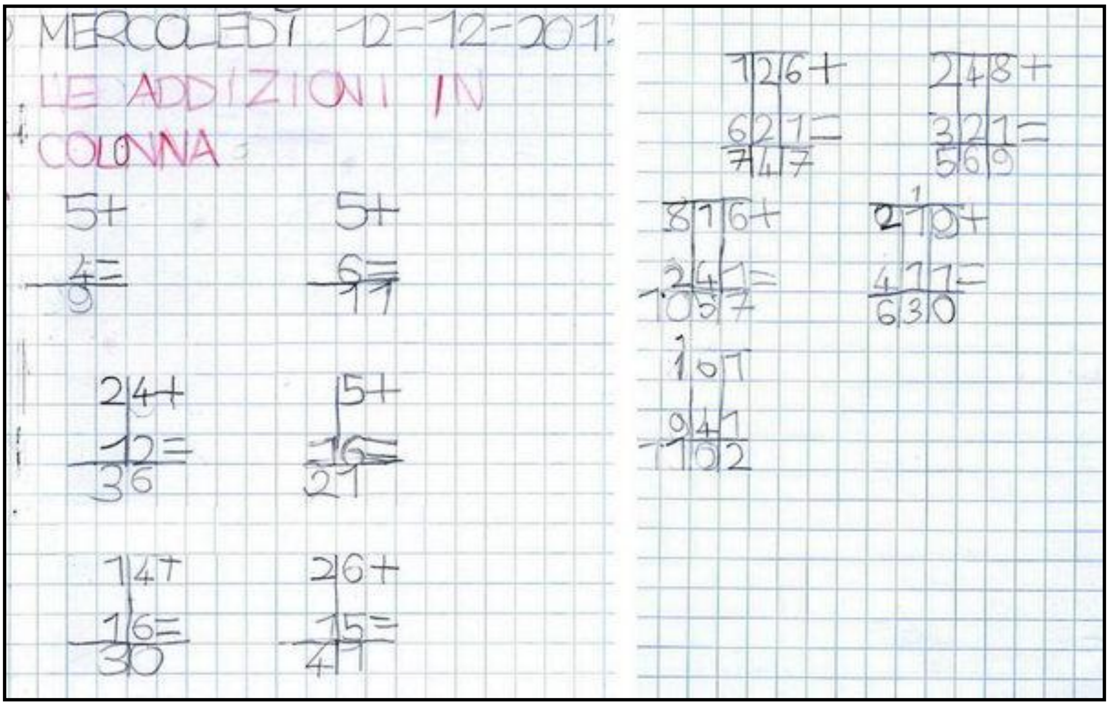
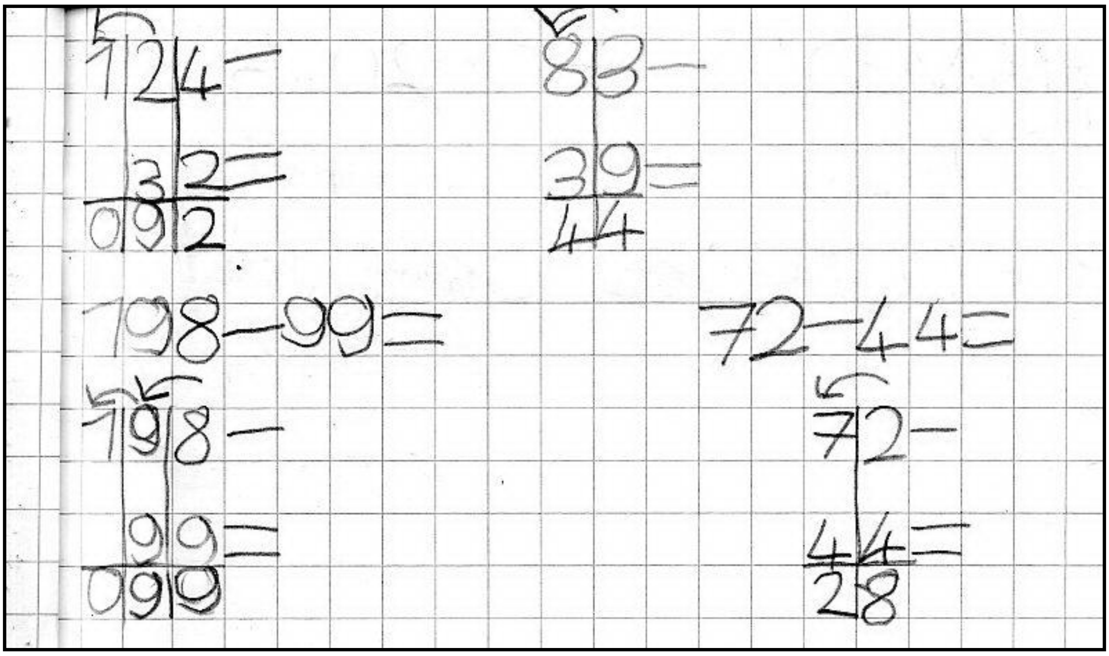


Fig.83



Per quanto riguarda le moltiplicazioni diventa fondamentale la linea del 100 utilizzando la matrice bianca che permette di effettuare gli schieramenti ripetendo lo stesso numero più volte. (vedi figure da 84 a 89).

Fig.84

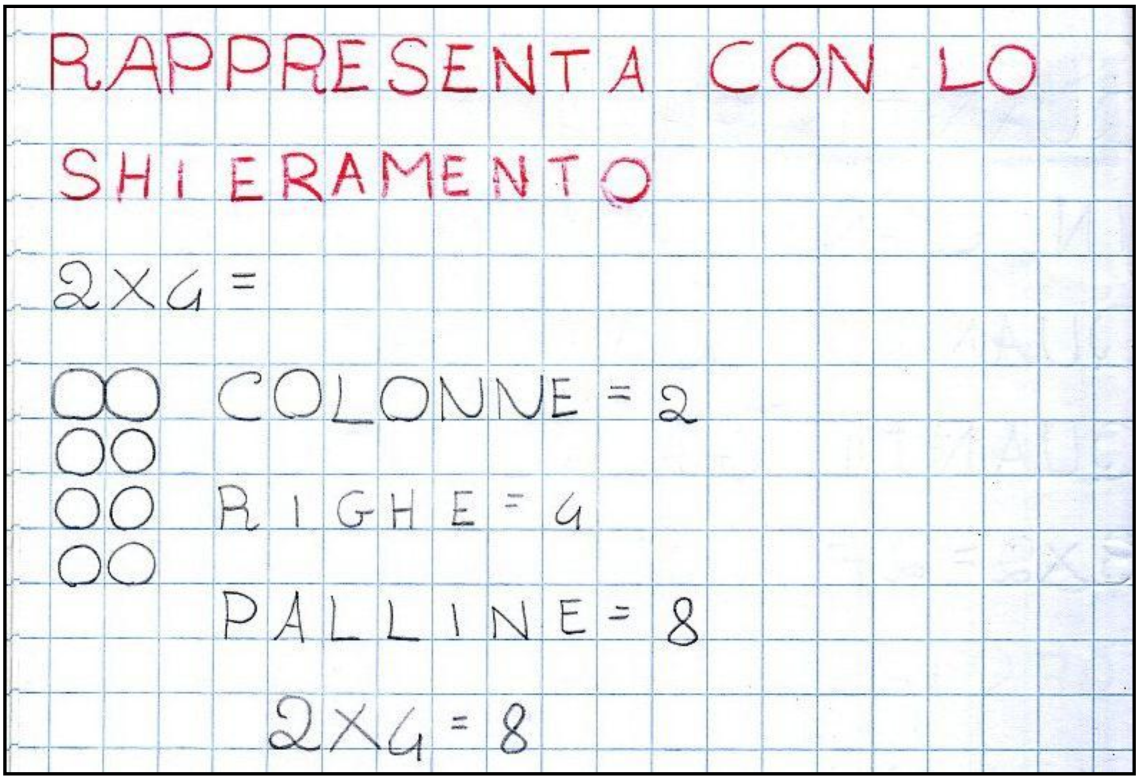


Fig.85

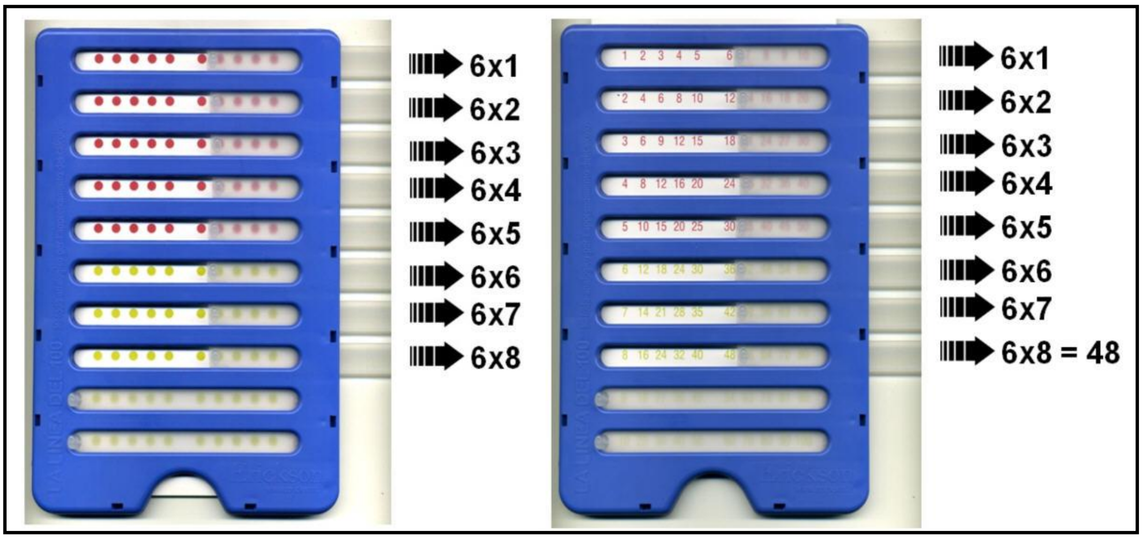


Fig.86

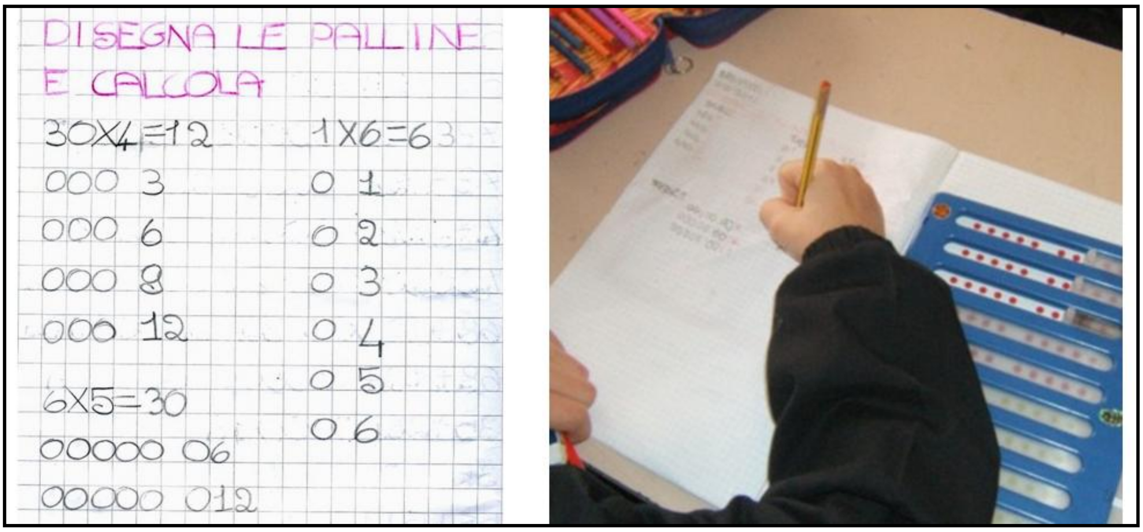


Fig.87

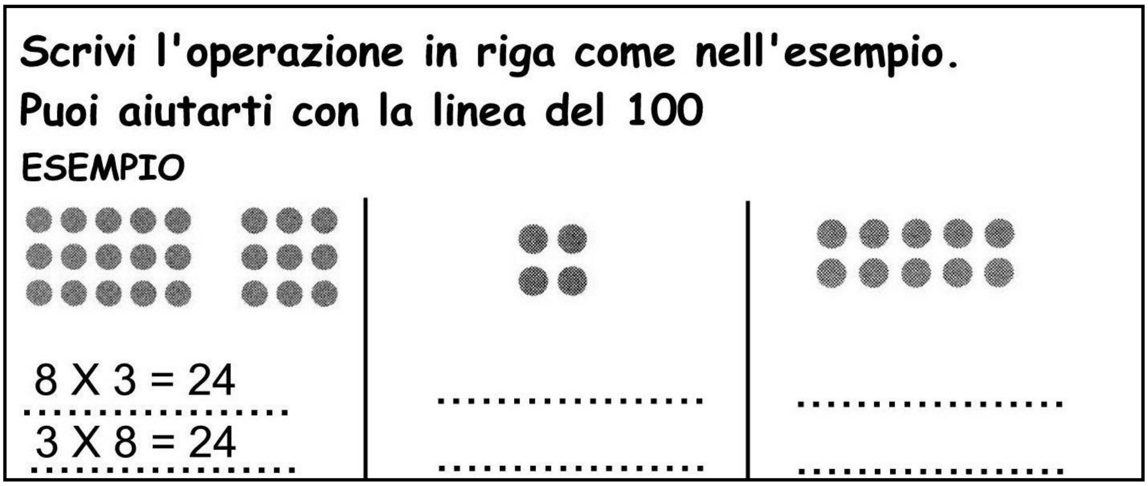


Fig.88

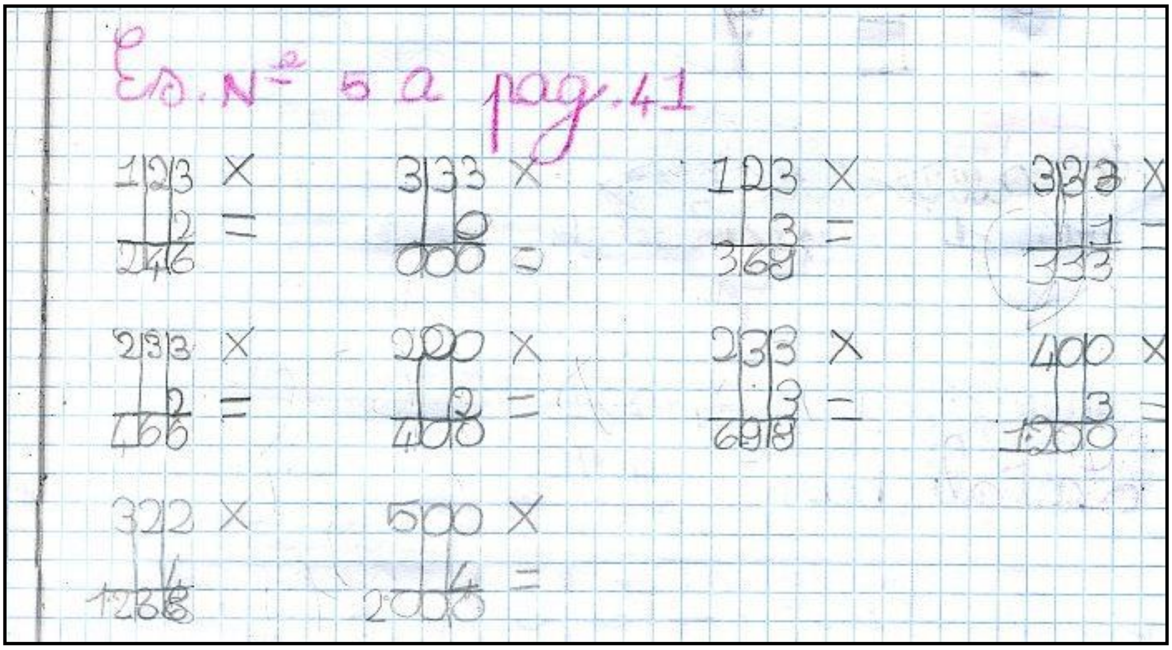


Fig.89

Infine le divisioni, introdotte con alcune situazioni problematiche (vedi figure 90 e 91).

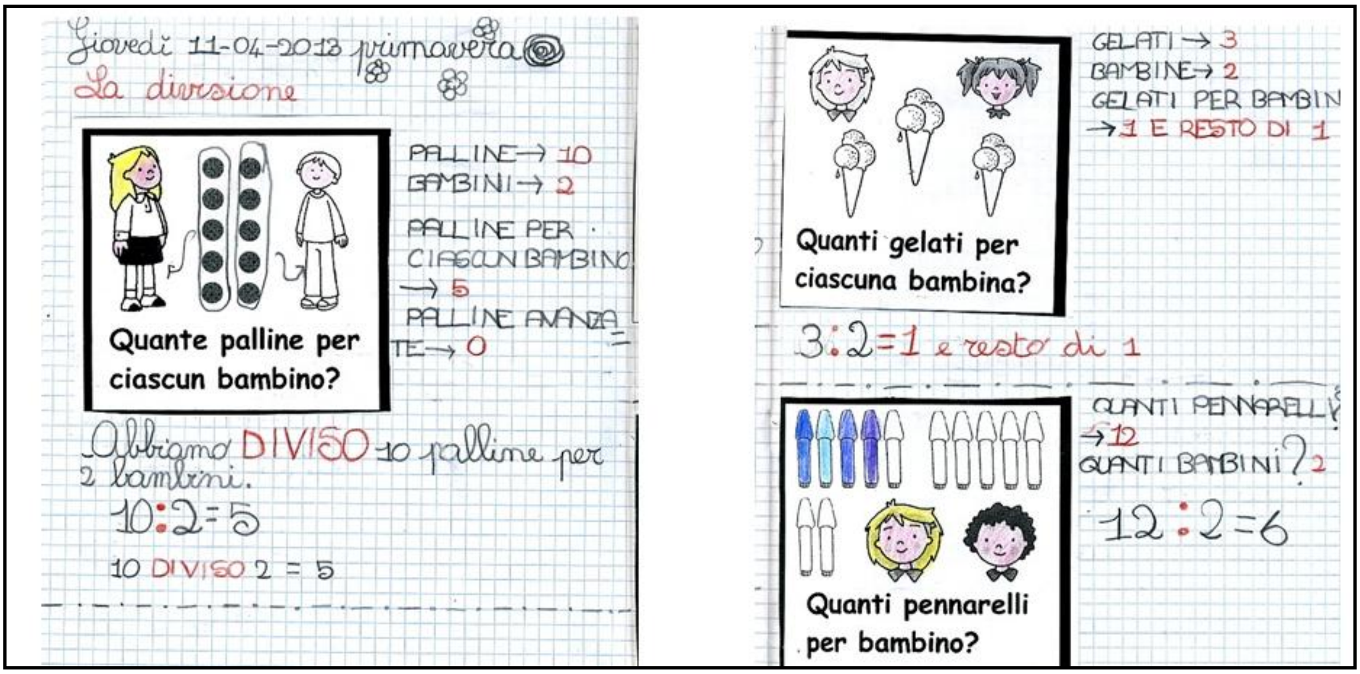


Fig.90

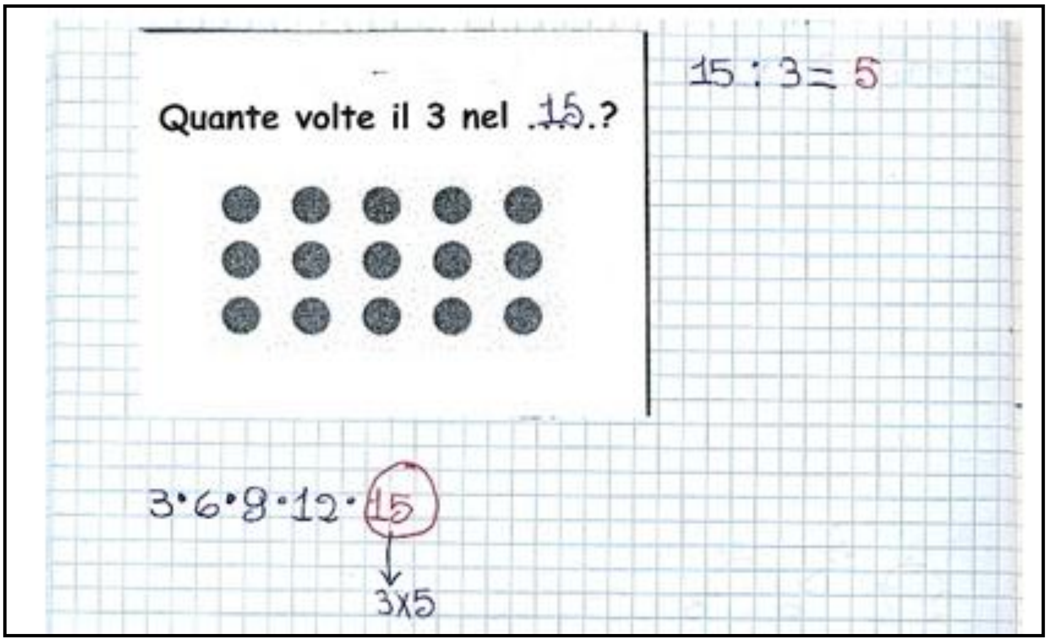


Fig.91

Problemi in classe seconda

Per quanto riguarda i problemi, ho seguito il percorso di Bortolato nel testo "La linea del 100" di Camillo Bortolato[26], lavorando prima sulla comprensione (vedi figura 92), poi sulla scelta delle operazioni(figura 93), sull'individuazione dei dati del problema (figure 94 e 95), e infine sui problemi senza immagini (figura 96)

---

[26] **Bortolato C.** *La linea del 100*, Trento, Erikson, 2009

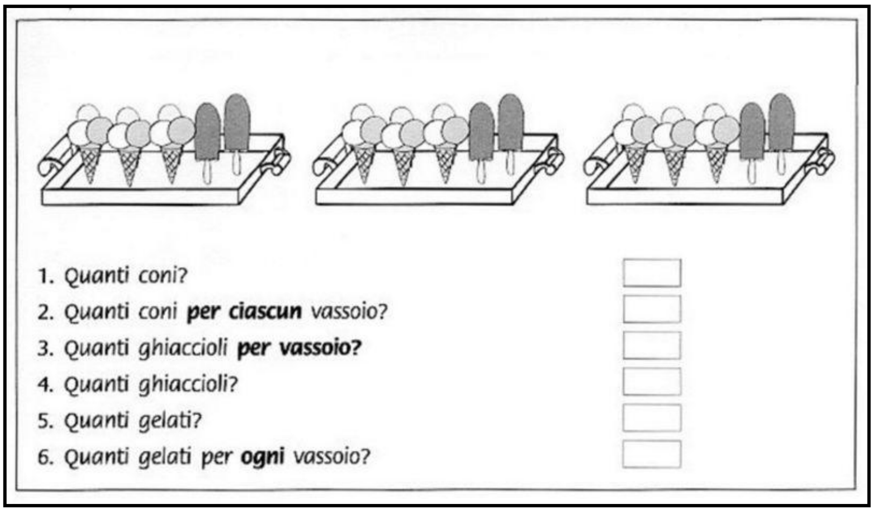


Fig.92

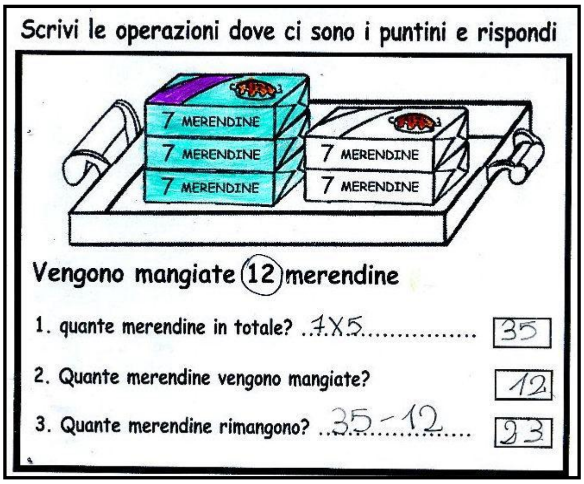


Fig.93

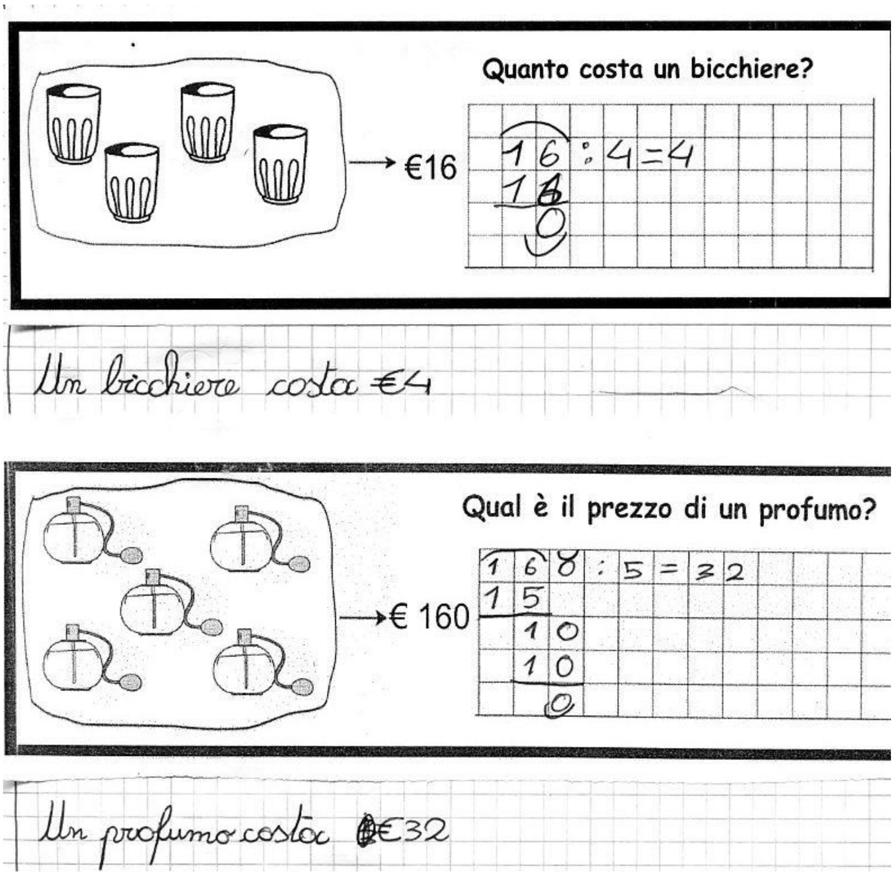


Fig.94

Disegna, scrivi i dati sul disegno e scrivi l'operazione

1 Ci sono 4 palloni da basket (disegna). Due costano 15 euro.
Quanto costano tutti? ☐
Operazione ....

2 Ci sono 5 secchielli che costano 10 euro in tutto (disegna).
Quanto costano 10 secchielli?
Operazione ....

Fig.95

Risolvi nel tuo quaderno

1 Ci sono due classi prime (disegna), ciascuna frequentata da 24 alunni. Oggi sono assenti 13 alunni.
Quanti alunni sono presenti?

2 Ci sono due classi seconde (disegna). Ciascuna è frequentata da 18 alunni. Oggi sono assenti 6 alunni.
Quanti alunni sono presenti?

Fig.96

Conclusioni finali

Il metodo analogico è un sistema di apprendimento della matematica per i bambini della scuola primaria sviluppato in tutto il mondo.
Nasce dal bisogno di adeguare la didattica alle ultime scoperte della ricerca che dimostrano la presenza di una competenza numerica preverbale sin dai primi giorni di vita.
Si tratta di un metodo “non concettuale” perché non impone al bambino la conoscenza dei concetti matematici, ma sfrutta le sue competenze numeriche innate per favorire l’apprendimento di tali concetti in modo intuitivo.
Fondamentale diventa l’uso di strumenti specifici che all’estero hanno sostituito l’abaco tradizionale, mentre in Italia (linea del 20, linea del 100 e numerario) sono stati ideati da Camillo Bortolato.
Dal settembre del 2011 utilizzo il metodo analogico con i bambini della scuola primaria e ne sono entusiasta: si tratta di un metodo di insegnamento inclusivo che permette di “mettere a fuoco” un obiettivo per volta prendendo in considerazione individualmente i processi che stanno alla base della cognizione numerica (processi semantici, lessicali e sintattici), inoltre gli strumenti utilizzati diventano, per i bambini in difficoltà, veri e propri strumenti compensativi.

Antonio Fabbrini.

Bibliografia e sitografia

TESTI CARTACEI

- Bortolato C. (1994), *Problemi per immagini*, Trento, Erickson.
- Bortolato C. (2000), *La linea dei numeri*, Trento, Erickson.
- Bortolato C. (2002), *Calcolare a mente*, Trento, Erickson.
- Bortolato C. (2005), *La linea del 20*, Trento, Erickson.
- Bortolato C. (2008),*La linea del 100*, Trento, Erickson.
- Bortolato C. (2009), *La linea del 1000*, Trento, Erickson.
- Bortolato C. (2010), *Apprendere con il metodo analogico e la LIM 1*, Trento, Erickson.
- Bortolato C. (2012), *Apprendere con il metodo analogico e la LIM 2*, Trento, Erickson.
- Butterworth B. (2007) *Lo sviluppo delle capacità aritmetica.* in *Difficoltà in matematica* 4/1 - 2007, Trento, Erikson.
- Campigli A. e Eugeni V. (1990), *Dalle dita al calcolatore*, Milano, Bompiani.
- Dottrens R. (1968), *Nuove lezioni di didattica*, Roma, Armando Armando.
- Galvan N. e Biancardi A. (2007) *Una didattica per la discalculia*, Firenze, Libri Liberi.
- Giusti E. ,(1999), *Ipotesi sulla natura degli oggetti matematici* Bollati Boringhieri
- Lucangeli D. (2012), *La discalculia e le difficoltà in aritmetica* , Firenze, Giunti.
- Luria S.E., Gould S.J., Singer S. (1984), *Una visione della vita, introduzione alla biologia*, Zanichelli.
- Moates D. e Shumacher G. (1983) *Psicologia dei processi cognitivi*, Bologna, Il mulino.
- Piaget J. e Inhelder B. (1970) *La psicologia del ba*mbino, Torino, Einaudi.
- Zorzi M. (2004) *La rappresentazione mentale dei numeri: neuropsicologia dell'"intelligenza numerica"* in *Difficoltà in matematica* 1/1- 2004, Trento, Erikson.

MATERIALE SCARICATO DA INTERNET

- Biancon E. (2012) *Lo sviluppo della conoscenza numerica e delle abilità di calcolo, cos'altro può fare la scuola?*

http://www.ctiportogruaro.it/documenti/corsi/2012/corso%20conoscenza%20numerica%2012%20aprile%20dott.ssa%20Biancon.pdf

- Caligaris L. (2010) *La discalculia.*

http://www.usrpiemonte.it/uspalessandria/Progetti/Caligaris_2.pdf

- Englaro G. (2013), *L'intelligenza numerica: abilità innate e sviluppo della conoscenza del numero*.

http://www.google.it/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CCMQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.icsangirolamo.it%2Fmain%2Fdownload.aspx%3Ffile%3D1471&ei=O0igVM-sMMjdaOOHgtAO&usg=AFQjCNHq6hUWBw1Ujq2O0tXh9jYIv75wBg&sig2=9Tc2-3zNDiX5087kDOeG1w&bvm=bv.82001339,d.d2s

- Fabbri M. (2008) *Componenti spaziali della rappresentazione cognitiva della grandezza del numero*.
http://amsdottorato.unibo.it/1013/1/Tesi_Fabbri_Marco.pdf

- Farruggia M. (2011) *Metodologie e strategie che favoriscono l'apprendimento degli alunni con discalculia evolutiva.*
http://www.diedibg.it/consultazione/buone-prassi-per-una-didattica-inclusiva-degli-alunni-con-difficolta-scolastiche/farrugia-metodologie-e-strategie-discalculia.pdf

- Gobbi L. (2011) *Storia dell'abaco, una introduzione*
http://amslaurea.unibo.it/3094/1/gobbi_laura_tesi.pdf

- Lingua R. (2008) *I disturbi del calcolo*
http://www.google.it/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CCEQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.dd4pinerolo.gov.it%2Fwp-content%2Fuploads%2F2011%2F10%2Fi-disturbi-del-calcolo-R.-Lingua.pps&ei=LUqgVMKRMIOAaaKFgbAO&usg=AFQjCNEY-rfQm30FnEaSFwUdzOfmHEOdQg&sig2=JafG3SmrsXboDbH2g7Ga1g&bvm=bv.82001339,d.d2s

- Lipari C. (2009) *I fattori cognitivi alla base dell'apprendimento matematico: memoria di lavoro, velocità di processamento e funzioni esecutive.*
http://math.unipa.it/~grim/Tesi_PhD_CLipari_09.pdf

- Marras N. (2008) *Was there life before computer?gli strumenti di calcolo prima dell'era digitale.*
http://www.nicolamarras.it/calcolatoria/was_there_life_before_computer_it.pdf

- Miceli S.S. (2004) *Il bambino e l'apprendimento del numero.*
http://math.unipa.it/~grim/tesi_miceli2_FP_05.pdf

- Perticone G. (2010) *Lo sviluppo delle capacità di calcolo e di comprensione del numero.*
http://web.math.unifi.it/users/dolcetti/Perticone_G_Diff_in_matematica.pdf

- Profumo E. (2009) *La discalculia evolutiva* .
http://www.diesselombardia.it/imgdb/3Profumo.pdf

- Stancher G. (2010) *La cognizione numerica nelle specie animali: abilità protomatematiche nell'anfibio bombina orientalis.*
https://www.openstarts.units.it/dspace/bitstream/10077/5433/1/TESI%20def.12.pdf

- Zorzi M. (2010) *Basi cognitive e neurali della discalculia evolutiva*
http://www.fli.it/downloads/zorzi%20ARLL%202010.pdf

VIDEO VISIONATI SU INTERNET

Subitizing with the Rekenrek
https://www.youtube.com/watch?v=6N3zTZ1olAs

Kindergarten Math Lesson The Counting Jar
https://www.youtube.com/watch?v=QWoRC3KwB2M

Rekenreks
https://www.youtube.com/watch?v=bjakjKf6Fwk

Got Rekenreks?!?!?
https://www.youtube.com/watch?v=Lp_ogl2iH_Q

Making 5 With a Rekenrek
https://www.youtube.com/watch?v=VqpYvRuGxfk

Rekenrek Demo
https://www.youtube.com/watch?v=JBEKOb7tWEY

Rekenrek Activities
https://www.youtube.com/watch?v=B4_YvwpIQwU

CCSD!02 Rekenrek Kindergarten
https://www.youtube.com/watch?v=R4m6soJDVq8

CCSD102 Kindergarten 10 Frame
https://www.youtube.com/watch?v=ob5AEyLBUp8

MathRack Tip 01
https://www.youtube.com/watch?v=5Sqzhok_mIs

MathRack Tip 02
https://www.youtube.com/watch?v=iZZWatA_ivk

MathRack Tip 03
https://www.youtube.com/watch?v=ik8Y97qJEe8

MathRack Tip 04
https://www.youtube.com/watch?v=jafuviyhKSs

Serie numerica I.mpg
https://www.youtube.com/watch?v=jg7B6pCIN2s

Serie numerica II
https://www.youtube.com/watch?v=M7ARH4kS5oQ

La decena 1. Jugando con caramelos..mpg
https://www.youtube.com/watch?v=HxSELv3VZOM

La decena III. Jugando con palillos.mpg
https://www.youtube.com/watch?v=TAB3hNGzKD0

Soroban Note #3: The Slavonic Abacus
https://www.youtube.com/watch?v=Wm5GsErcOUk

Demostración de cálculo con ábaco, mental y con manos
https://www.youtube.com/watch?v=gzxLwNvH0yI

JUGANDO CON DECENAS Y UNIDADES
https://www.youtube.com/watch?v=0VTjdbVpQzg

ALOHA Mental Arithmetic Desarrollo mental para niños de 5 a 13 años
https://www.youtube.com/watch?v=yN6DHsgLyFk

CMA Singapore - Meets our little champs!
https://www.youtube.com/watch?v=1J6t1j38TaM

Video consigliato per partire in classe prima
https://www.youtube.com/watch?v=BzgFG32JAdk

SITI WEB CONSULTATI

- http://www.rossellagrenci.com/2011/11/04/il-calcolo-mentale-e-la-tecnica-giapponese/
- http://www.corriere.it/esteri/14_giugno_07/cina-elementari-test-rompicapo-matematica-riuscite-risolverlo-75faab82-ee56-11e3-8977-68eaa9ab56ac.shtml
- http://www.camillobortolato.it
- http://mathematica.sns.it/autori/1324/
- http://it.wikipedia.org/wiki/Liber_abbaci
- http://mathematicallyminded.com
- http://eurolocarno.es
- http://www.multididacticos.com
- http://www.edelight.de
- http://spielzeug.edelight.de
- http://www.betzold.de
- http://www.preissuchmaschine.de
- http://www.viroux.be
- http://www.partnersineducation.co.uk
- http://www.aprendoconlacalesa.es

Antonio Fabbrini – luglio 2014
www.metodoanalogico.blogspot.it