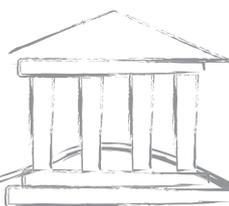


Il viaggio verso la conoscenza



Il tempio dei numeri scritti

Siamo affascinati dal potere dei numeri e inseguiamo il loro possesso, ma affrontare direttamente la questione del numero è il punto di vista capovolto per raggiungere questa conoscenza.

La via giusta comincia dal basso cioè dai piedi della montagna dove i bambini di oggi imparano il calcolo mentale come i bambini di sempre senza pensare ai numeri scritti e alle operazioni della disciplina come se la matematica non esistesse, ma concentrandosi unicamente sulla visione interiore.

Per conoscere i numeri bisogna fare una lunga salita.

Le strategie della nostra mente sono «taglia-copia-incolla» come in Windows.

Sono pronto.



LO SMARRIMENTO DELLA DIDATTICA

Molti bambini sembrano sapere già tutto dei numeri quando arrivano a scuola, senza che nessuno glielo abbia mai spiegato. E sembra che ricavino tutto da loro stessi, come il riconoscimento di qualcosa che sapevano già.

Quando l'insegnante spiega, tutto appare loro evidente, come se vedessero.

Ma cosa vedono? A cosa è rivolta la loro attenzione? Qual è il loro segreto?

Presupposto fondamentale di questa metodologia, nata da molteplici esperienze pratiche di lavoro, è che il calcolo mentale si svolge come se la matematica dei numeri scritti non esistesse.

Lo strabismo della didattica

Partire dalla base

Resistere al fascino della scrittura

L'alunno e l'umanità: lo stesso percorso evolutivo

Si svolge cioè in un ambito non disciplinare e fuori dal tempio della scrittura costruito solo alcuni secoli fa. I bambini, infatti, non pensano in modo particolare ai numeri scritti.

La didattica attuale al contrario inizia il suo percorso partendo proprio dalla spiegazione della scrittura dei numeri cioè dalla vetta della montagna. Come in una specie di strabismo la didattica ha identificato, negli ultimi anni, il tema della scrittura dei numeri come argomento di interesse dominante, entrando in una deriva di complessità che rende l'apprendimento sempre più lento e inconcludente.

LA VIA DEL CUORE

Questa didattica ha confuso ciò che avviene nell'ambito della disciplina in cui ha sede la considerazione logica dei risultati già raggiunti, con ciò che avviene dentro di noi a contatto con i nostri meccanismi intuitivi ed emozionali, ai piedi della montagna.

La comprensione diventa il frutto di una riflessione e di una faticosa ricostruzione delle immagini.

Di questa dinamica i bambini che hanno successo in matematica sono consapevoli, rimanendo ancorati alla semantica originaria. Perciò resistono, non pensano ai numeri scritti e non si lasciano irretire dal fascino della scrittura, poiché avvertono che, se le mani sono il riferimento vero della «decimalità», la scrittura, questo tipo di scrittura a nove cifre, è la sistematica alterazione di questa decimalità, che attraverso il cambio non riesce mai a raggiungere il suo compimento.

La scrittura come vedremo è «inintelligibile».

Questi alunni diffidano delle giustificazioni che fornisce l'insegnante, mantenendo il fuoco dell'attenzione orientato verso di sé.

In questa condizione di chiarezza e di determinazione, la scelta della via per la conquista della montagna appare facile: è la via verso il centro di se stessi, la via del cuore.

Nelle prossime pagine, utilizzando l'immagine della montagna, vengono spiegate le varie tappe di un apprendimento naturale non inficiato cioè dai presupposti della concettualità e della sottomissione alla scrittura.

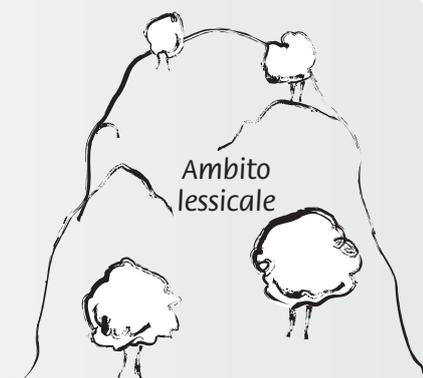
SALIRE LA MONTAGNA

Ogni bambino si trova all'inizio del suo percorso di apprendimento come ai piedi di una montagna che ancora non conosce.

Dovrà raggiungere la vetta per corrispondere alle richieste dei genitori, della scuola e della vita.

E, in questa posizione, si trova nella stessa condizione dell'umanità al suo esordio: se vuol raggiungere il successo dovrà compiere lo stesso percorso evolutivo.

Non c'è la scrittura



Ambito semantico

Capacità innate

Il calcolo mentale si svolge solo nell'ambito semantico e lessicale

Non sa che cosa lo attenda, ma sa di poter contare sul suo intuito, sulla sua immaginazione e soprattutto sull'aiuto fondamentale dell'analogia che gli ha permesso alla nascita di orientarsi e interpretare il mondo in poche settimane. Se manterrà fede a questo punto di forza non si smarrirà, non deborderà dal sentiero.

Ma in questa salita c'è una gradualità da rispettare: ciò che gli appare per primo è il mondo degli oggetti che potremmo denominare, usando un termine tecnico, *ambito semantico*. Poco più sopra c'è l'*ambito lessicale* che si riferisce ai nomi che assegniamo alle quantità: uno, due, tre, quattro, ecc. Nomi che si imparano dagli altri all'inizio come una filastrocca (enumerazione) e poi con un riferimento esatto alle singole unità (conteggio). Secondo nuovi orientamenti nasciamo con un'attitudine a contabilizzare il mondo in termini quantitativi e con l'inclinazione ad assegnare anche un nome alle quantità (Butterworth, 1999). Tutto è già pronto.

Non siamo ancora in un ambito disciplinare, ma tutto ciò è sufficiente per riuscire nel compito di eseguire dei calcoli a livello mentale. Ci basta il nome e non c'è bisogno di alcuna scrittura, a meno che non ci sia necessario mantenere traccia dei risultati che abbiamo raggiunto.

CALCOLARE CON LA MENTE

La mente con la sua capacità di elaborare e manipolare immagini è il nostro strumento naturale di conoscere.

In pratica utilizziamo gli stessi meccanismi della percezione e del linguaggio, che hanno ancora poco da spartire con la disciplina.

Ricorrendo ancora al gergo specialistico diremmo che ci è sufficiente la *connotazione semantica e lessicale* del numero per fare i nostri conti.

E lo possiamo rilevare anche con i bambini in età prescolare, quando si divertono a congegnare calcoli anche fantasiosi non avendo alcuna dimestichezza con i simboli scritti.

Come sanno parlare senza scrivere, così sanno calcolare senza conoscere la scrittura dei numeri.

Tuttavia questo stato di autosufficienza del calcolo mentale può essere mantenuto solo per operazioni semplici.

Molto presto i calcoli diventano troppo complessi per essere gestiti dalla nostra mente dato che essa, come vedremo, ha dei grandi limiti di rappresentazione in fatto di quantità.

LA FUNZIONE DELLA SCRITTURA

C'è bisogno di una scrittura che ci aiuti a portare a compimento il calcolo nelle sue varie fasi di elaborazione.

Il tempio dei numeri scritti



Viene sacrificata la visione

$$\begin{array}{r} 4678 + \\ \underline{5897} = \end{array}$$

Operiamo come se si trattasse sempre di unità

Questa scrittura è l'alterazione sistematica della decimalità



Ma quale scrittura?

Fino al 1300 in Europa nessuna scrittura rispondeva a questa esigenza in maniera soddisfacente. Per la sua complessità il calcolo scritto era riservato a pochi addetti della disciplina. Finalmente dopo secoli fece la sua comparsa una versione sintetica e digitalizzata delle cifre che lasciò tutti interdetti.

Tale scrittura produsse il miracolo di rendere il calcolo scritto... simile a un gioco.

Diventava estremamente proficuo e a portata di tutti il ricorso a carta e penna.

Ecco che a questo punto e solo ora viene edificato sulla montagna quello che abbiamo definito «il tempio della scrittura» dentro al quale sono conservati i suoi segreti: il valore posizionale e l'uso dello zero.

Comincia una produzione di nuovi algoritmi di calcolo scritto estremamente convenienti.

Ora anche un bambino sottoponendosi a un breve percorso di iniziazione potrà accedere a questi strumenti che conferiscono a chi li sa maneggiare un grande potere di computo.

IL CALCOLO SCRITTO È CALCOLO CIECO

Tuttavia, tutto ciò ha un prezzo da pagare che consiste nel fatto che sull'altare di questo potere viene sacrificata la visione cioè il controllo consapevole di quello che facciamo. Questo accade per due motivi.

Il primo motivo è che il calcolo scritto è calcolo cieco per definizione.

Infatti, processiamo i numeri incolonnando le varie cifre come un gioco, segmentiamo il calcolo in tanti calcoli mentali più piccoli, allineiamo i risultati parziali e alla fine leggiamo il risultato come una sorpresa. Procediamo in un'elaborazione cieca, colonna per colonna fino alla definizione del risultato finale come se si trattasse sempre di unità.

La nuova scrittura dei numeri scritti è cioè la rinuncia alla visione strategica delle quantità.

Ogni bambino sa che per raggiungere questo potere perderà un po' della sua libertà dovendo obbedire a una serie di regole da accettare senza discutere.

Nel calcolo scritto applichiamo procedure, al contrario nel calcolo mentale ognuno è libero di inventarsi delle strategie.

Il secondo motivo ben più importante è che questa scrittura che continuiamo a definire «decimale» è in realtà l'alterazione sistematica della decimalità, che frana ad ogni riempimento di decina. E ciò a causa della cancellazione della cifra «X», che impersonava il

Il cambio è l'inseguimento della decimalità

decem latino, cioè il simbolo più importante essendo a coronamento della prima decina.

Ora che ci troviamo a operare con 9 cifre rimaniamo come disorientati e, ripensando alle mani, come ci viene spontaneo, ci sembra che sottraendoci il decimo simbolo equivalente al decimo dito ci sia impedito di calcolare.

Allo stesso modo sparisce nella nostra visualizzazione la decima pallina in cima all'asta dell'abaco.

Dove è finita?

Scopriamo che, dopo aver cambiato prematuramente di posto e di funzione ora indica una «decina».

Da «decima», unità finale della prima asta, si è trasformata in «decina» spostandosi sulla seconda asta.

Avvertiamo che è intervenuta una trasformazione non da poco in cui ha avuto la peggio la percezione istintiva. Cos'è il cambio, per un bambino, se non l'inseguimento di una decimalità che non viene mai raggiunta, e lo zero se non l'abrogazione stessa della visione?

Ogni volta che si nomina il termine «decina» si richiama in vita qualcosa che ha già cessato di esistere. Ogni bambino nella sua visione cristallina e onesta rimane giustamente perplesso. Perché parlare ancora di decina quando poi di fatto la neghiamo interrompendola sul più bello?

Questa nuova scrittura è lo stravolgimento dell'evidenza in favore di un ragionamento che difficilmente si riesce a capire.

Questa scrittura tradotta in semantica è un assurdo non sostenibile, non visualizzabile.

NEL CALCOLO MENTALE TUTTO È COME PRIMA

Ma... cosa è cambiato nel calcolo mentale con tutta questa rivoluzione?

Per fortuna nulla.

Rasserendoci, scopriamo che le argomentazioni non hanno sostituito il meccanismo della visione. Nel fare calcoli a mente non eseguiamo cambi, non visualizziamo lo zero e nemmeno avremo l'occasione di nominarlo nella lettura delle cifre. La nostra mente continuerà a operare con 10 dita, come al tempo dei latini o degli egiziani.

Nel calcolo mentale siamo in un certo senso pre-copernicani. Ci orientiamo ancora sulle mani, come sull'evidenza del sole che gira, ignorando l'impianto logico che giustificherebbe la presenza di nove dita.

La logica del resto ci è sempre di poco aiuto nell'esplorare il nuovo.

Lo zero non è mai nominato

Nel calcolo mentale siamo «pre-copernicani»



I numeri come etichette

100 o **C** ?

La semantica è sempre la stessa

La scrittura è un discorso interno alla scrittura

Questa scrittura va usata, ma non investigata

I NUMERI COME ETICHETTE

E come adoperiamo questa scrittura così ostica e recalcitrante alla visione?

La usiamo strumentalmente.

Adoperiamo il numero 10 come «etichetta» incollandola sul posto lasciato vuoto dalla cancellazione del simbolo «X» latino. Trattiamo questi numeri diventati etichette al pari di un codice a barre della cui arbitrarietà non ci importa nulla perché conta solo il loro valore strumentale. Potrebbe essere sostituito da qualsiasi altro codice a nostro piacimento.

Nel calcolare a mente incolliamo quindi nuove etichette sul vecchio sistema decimale rimasto incontaminato.

Continuiamo, per esempio, a considerare l'entità «cento» come un'unità immaginativa dai contorni ben definiti e non come un polinomio cioè «una decina di decine».

Visualizzare il meccanismo che giustifica la presenza di due zeri equivarrebbe a sviluppare la sequenza di dieci cambi.

Non abbiamo spazio mentale sufficiente per questo tipo di operazioni.

Chi vuole ricavare una nuova semantica dalla scrittura, come fa insistentemente la didattica concettuale, va incontro allo smarrimento perché questa scrittura è originata da una scelta intenzionale di cecità.

In definitiva, questa scrittura è un discorso interno alla scrittura. E poiché è una scrittura, conserva un vincolo arbitrario con il significato. Del resto non era intenzione dei suoi estensori cambiare alcunché della semantica e del lessico precedente che funzionavano a dovere. Tutto ciò viene compreso dai bambini che, sulla strada in salita sulla montagna, prendono con un senso di accettazione tutto quello che c'è di nuovo, senza filtrarlo con il giudizio e senza tuttavia rinunciare alle certezze acquisite.

La struttura dell'accettazione è la principale fonte del sapere. Paghi di quello che già sanno comprendono che questa scrittura va usata, ma non investigata.

Perciò accettano come un lutto circoscritto la perdita della visione causata dall'introduzione della scrittura.

Sentono che, se al calcolo mentale non interessa come funzioni la scrittura, anche alla scrittura poi non interesserà come avvenga il calcolo nella loro mente.

QUANDO RIFLETTERE SULLA SCRITTURA?

Quando l'alunno ha raggiunto la vetta della montagna e ha verificato che il calcolo scritto non è altro che un calcolo mentale



Il filtro del giudizio è troppo stretto



Trascoding evolutivo a senso unico

La didattica concettuale rincorre perennemente il significato

segmentato, (in pratica facciamo sempre le stesse cose), ecco che può iniziare un percorso di riflessione sulla scrittura. Ma sarà una ricerca in qualità di arricchimento opzionale.

Ora, se vuole può prendersi il lusso di scoprire l'origine di queste etichette. Come mai il cento è composto da una unità seguita da due zeri? Ora che sa usarla, può permettersi di investigare la scrittura, allo stesso modo in cui, nell'ambito linguistico, studiamo la sintassi della frase, solo dopo che sappiamo padroneggiare benissimo il linguaggio.

Altrimenti come potremmo farlo?

Non ci è servita una grammatica per apprendere il linguaggio come non ci serve una grammatica della scrittura dei numeri per eseguire il calcolo scritto. Non ci servono le grammatiche poiché tutto ciò che ci arricchisce di nuovo, ci arriva come un dono.

C'è una porta nel cuore che si apre con l'accettazione e si chiude con il giudizio.

Nessuno di noi avrebbe imparato a vedere con gli occhi.

Il filtro del giudizio è troppo stretto.

IL PROBLEMA DEL TRASCODING

Tutto l'apprendimento si svolge nel modo più facile se viene rispettato il percorso sulla montagna, considerando prima le cose, poi il nome delle cose, infine i simboli scritti.

A scuola invece la didattica «concettuale» parte dall'alto della montagna, cioè dal significante, per ritrovare il significato, invertendo tutte le trascodificazioni. Parte dalle cose finite per spiegare gli antefatti.

Solo che nel caso di questa scrittura la conversione non può avvenire perché essa, con l'alterazione del rapporto analogico, ha abbandonato definitivamente la forma.

Possiamo trasformare farina e acqua in pane, ma non il pane già cotto in farina e acqua.

Possiamo trasformare l'immagine di un quadro in una descrizione, ma non il suo contrario. Non c'è ritorno.

La matematica concettuale è alla perenne ricerca del significato di quello che propone. Rincorre perennemente la forma cioè la semantica rendendo tutto il processo lento e faticoso.

Parte dall'obiettivo che ha in testa per risalire alle immagini dei numeri quando sono ancora indistinte dalle emozioni.

ILLUMINARE L'AMBITO SEMANTICO

Ma cos'è in definitiva l'ambito semantico, in cui hanno origine queste «immagini-emozioni»?

Conoscere la nostra mente

Riscoprire l'istintività della visione

Fugacità delle immagini interiori

Immagini e respiro

L'ambito semantico è un luogo resistente alla ricerca perché non può essere descritto in termini verbali, ma solo sperimentato.

Se un bambino non ha vissuto dentro di sé questa esperienza che è soprattutto di tipo dispositivo, le parole restano gusci vuoti.

Come afferma Butterworth, abbiamo già alla nascita dentro di noi una natura predisposta per conoscere il mondo in termini quantitativi, ma tale capacità non può essere tradotta in linguaggio. *Se interroghiamo i bambini senza far ricorso al linguaggio, le loro capacità si rivelano stupefacenti* (Butterworth, 1999).

La semantica è il luogo dell'intuizione e del silenzio e per comprenderla bisogna fare un viaggio a ritroso riscoprendo l'istintività.

E non sarà un frutto del nostro ragionamento, né una conquista intellettuale come presumeva la psicologia costruttivista.

Perciò, come in un proposito di ritrovata innocenza, dopo essersi liberati della venerazione per la scrittura e prima che subentri il ragionamento, dovremo cercare di scoprire come si formano le immagini, sfuggendo alla parzialità della logica.

COME PROCESSIAMO LE IMMAGINI INTERNE?

Come funziona la mente?

Come processiamo le immagini e quali sono soprattutto i nostri limiti?

Il dato più rilevante da prendere in considerazione è che «vediamo a occhi aperti» e le immagini sono legate al mondo esterno. Quando chiudiamo gli occhi è come se questo mondo ci crollasse addosso. Entriamo come in uno stato diverso di coscienza, che noi adulti rifiutiamo di considerare, assorbiti dai nostri pensieri, ma che i bambini conoscono bene.

Potremo renderci conto dei meccanismi del calcolo mentale quando arriveremo a provare la sensazione di smarrimento che essi sperimentano chiudendo gli occhi.

Gli alunni in difficoltà in effetti, faticano a chiudere gli occhi per ragioni di sicurezza, allo stesso modo in cui noi adulti, per far fronte al buio, ci fissiamo nelle categorizzazioni concettuali come a un ancoraggio.

È questione di obiettività.

Cosa cambia chiudendo gli occhi? Cambia il mondo.

Se le immagini esterne possono contare sugli oggetti come su una protesi, quelle interne sono fugaci, transitorie. Durano lo spazio di tre secondi che corrisponde al tempo del nostro inspiro. Poi con l'espriro cominciano a dissolversi, e possiamo ricostituirle solo con l'energia di un nuovo respiro.

Tra un respiro e l'altro perdiamo circa mezzo secondo per riassumere tutto in una definizione sintetica che possa integrarsi

La mente lavora solo in condizioni di istantaneità



Subitizing: i limiti della mente

Il metodo intuitivo è sempre nel presente

con il pensiero successivo. Se fermiamo il respiro, fermiamo anche il flusso dei pensieri. Possiamo provare.

E, in questa sospensione provvisoria di energia, tempo e spazio si annullano nella percezione del presente: scompaiono nella loro proiezione illusoria, essendo una metafora dell'altro.

La nostra mente agisce, per quanto noi adulti faticiamo a riconoscerlo, in una condizione di istantaneità e precarietà permanenti.

I bambini, più puri di noi, vivono il presente come una pulsazione costante. Sono più obiettivi.

SUBITIZING: IL PRESENTE

Percepiamo dunque il mondo e quindi anche le immagini delle quantità nel tempo del respiro che è di tre secondi e che corrisponde a un rendiconto di tre oggetti. Subito dopo la percezione crolla.

Questa caratteristica che definisce i limiti della nostra percezione temporale e spaziale viene denominata *subitizing* (percezione a colpo d'occhio) (Dehaene, 2000).

Quando arriviamo alla quarta unità immaginativa la prima già sfuma, si dissolve nel nostro schermo neuronico che ha un tempo di impressione retinica limitato. Per recuperarla abbiamo bisogno di ricorrere al conteggio. Questo, come vedremo, è un artificio operato attraverso il linguaggio verbale per superare la transitorietà.

Tutti i bambini provengono da un'unità senza divisioni: tanto più sono piccoli, tanto più il loro schermo è accelerato e tendente all'unità. E ancor più quando sono in difficoltà questo schermo si contrae come il tempo del loro respiro concitato.

Per loro una spiegazione dell'insegnante protratta per un'ora o per una settimana è un'infinità di momenti da comprimere nell'esiguità di alcuni secondi che è quanto dura una sensazione: la sensazione di avere capito.

Il metodo intuitivo è sempre nel presente. È l'applicazione in ogni momento della didattica del principio dei limiti della nostra mente che ci costringe a valutare tutto a «colpo d'occhio» in una condizione di sintesi ad ogni respiro.

COME PERCEPIAMO LE QUANTITÀ

Come percepiamo le quantità alla luce di questi limiti?

Lasciando fare alla nostra natura.

Il nostro istinto per il computo di numerosità precede addirittura l'identificazione delle cose.

Secondo Butterworth se vediamo tre mucche in un prato percepiamo che sono tre prima ancora di capire se si tratti di mucche



Vediamo direttamente
le quantità come punti
«doz»

La disposizione degli
oggetti è il punto
fondamentale ignorato
dalla disciplina

La disciplina non si
interessa del calcolo

o di altri animali. La percezione di numerosità è connaturata alla percezione, cioè con il fatto stesso di vedere.

Percepiamo le quantità rappresentandole nella mente come delle palline o dei punti (doz) fin dalla nascita e non ci servono esercizi di corrispondenza biunivoca da sviluppare solo a scuola.

Tuttavia, ciò che è fondamentale è che non vediamo tre punti solamente come ci indica la nostra tentazione di astrarre, ma li vediamo inseriti in una dislocazione non indifferente.

Non ci interessa cioè solo il numero di oggetti come unica proprietà determinata dalla sottrazione dei dati qualitativi, come nella matematica concettuale, ma ci serve tutto.

Nel nostro schermo biologico e limitato ci serve lo spazio integrale provvisto di pieno e di vuoto poiché tutto è significativo. Ci servono immagini analogiche in grado di consentirci la misurazione fino al dettaglio di ogni singola unità.

Al contrario dell'attività di astrazione, nel calcolo mentale ci serve definire i particolari dell'immagine focalizzandola selettivamente. Nel metodo intuitivo tre mucche disposte in riga non hanno lo stesso valore di tre mucche disperse nel prato.

Ciò non è recepito dalla didattica disciplinare che, come vedremo, non si pone questo compito.

Se per la matematica è indifferente come sei mele siano disposte sul tavolo per continuare ad essere sei, per la nostra mente è diverso.

COME DISPORRE LE IMMAGINI?

Abbiamo bisogno di disporre i nostri oggetti mentali con un ordine prestabilito e stabile se vogliamo conservarli nella mente, allo stesso modo in cui in casa abbiamo bisogno di posare sempre sullo stesso posto gli occhiali, il telefonino, il portafoglio, le chiavi, se vogliamo ritrovarli quando ne abbiamo necessità.

Se chiudo gli occhi riesco a immaginare con fatica la disposizione di queste palline, le perdo per strada, perché sono disposte su infiniti assi, cioè non c'è un ordine. Non riscontro alcuna simmetria che semplifichi la figura.

Si tratta perciò di un'immagine fruibile solo a occhi aperti.

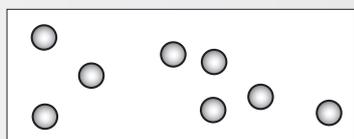
È invece più facile rappresentarsi ad occhi chiusi queste palline poiché sono disposte su un unico asse.

Mentre scandaglio l'immagine a occhi chiusi mi accorgo però che la visione che è chiara agli estremi diventa sfumata nel centro. C'è troppa simmetria, troppe analogie, troppa semplificazione.

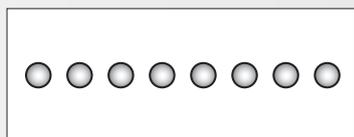
Ora con questo spazio di interruzione riconosco che queste palline sono otto senza bisogno di contare.

Le percepisco istantaneamente come una fusione di due immagini familiari: quella del 5 e quella dei 3.

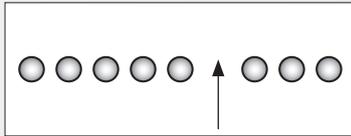
Memoria e ordine



Nessuna simmetria



Troppa simmetria



Un piccolo scarto di simmetria

In questo piccolo scarto di regolarità tra il cinque e il sei, in questa infrazione dell'aspettativa logica sta tutta la differenza tra una didattica capace di sviluppare il calcolo mentale e una didattica sempre condannata alla fase della conta

Costruire «buoni armadi»

Che cosa ha prodotto questo cambiamento?

Lo scarto di simmetria tra la quinta e la sesta ha sortito l'effetto di consentirmi la lettura delle due immagini in tempi rapidissimi. In pratica ho contato fino a due.

In tutto il calcolo mentale contiamo fino a due o tre al massimo per rimanere nei limiti del *subitizing* (percezione a colpo d'occhio) anche quanto trattiamo quantità elevate come 3 decine di palline, oppure 3 migliaia di palline, oppure 3000 più 300 più 30 palline cioè 3330 e così via. Praticamente utilizziamo sempre tre fotogrammi e, in ogni rilevamento, lo spazio vuoto è determinante.

INTUIRE LA NECESSITÀ DELL'ORDINE

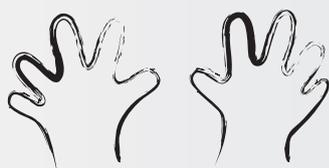
Se in casa bisogna riporre gli oggetti sempre nello stesso posto per sgravare i compiti della memoria, analogamente nel calcolo dobbiamo stabilire dei luoghi prefissati per disporre le quantità, come se si trattasse di armadi o stanze.

I bambini che hanno successo nel calcolo intuiscono la necessità di un ordine nella loro mente perciò costruiscono dei buoni armadi. Gli altri forse per fare meno fatica dispongono le palline in disordine e ogni volta sono costretti a ricontarle tutte.

2

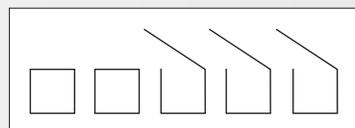
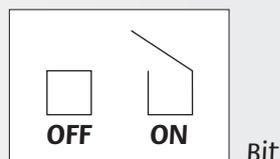
Le mani: un computer analogico

Superare il conteggio



Le mani: un computer analogico

Le mani: una linea dei numeri



Byte

Dove ricavare l'ordine che ci permette di superare il conteggio?

L'ordine più semplice lo ricaviamo dalla disposizione delle nostre dita allineate. Guardandole riconosco istantaneamente l'ottavo perché è l'intermedio della seconda mano, ho memorizzato la sua posizione al centro della seconda cinquina così evito di contare.

LE MANI

Che cosa sono le mani?

Non solo un meraviglioso congegno per contare, ma un vero e proprio computer analogico («digitato» ma non digitale) in grado di istituire una lettura contestuale di immagini senza conteggio. Ciò per vari motivi che dipendono:

- dall'allineamento delle dita
- dalla mobilità delle dita
- dalla suddivisione delle dita in cinque.

Come *prima caratteristica* le dita sono allineate fungendo da prototipo ideale per la costituzione di una linea dei numeri mentale come strumento per eseguire il calcolo.

Come *seconda caratteristica* ogni dito, essendo mobile, possiede una doppia valenza, a seconda che sia aperto o chiuso. Come un bit, cioè una celletta al silicio, fornisce un segnale visivo di valore binario: chiuso indica zero, aperto indica uno.

Come *terza caratteristica*, tutte le dita sono suddivise in cinque che possiamo assimilare a un Byte cioè una serie integrata di 5 bit, che parlano in parallelo e non in serie ai nostri occhi, fornendoci immagini combinatorie.

La costituzione di un ordine simile alle mani è l'obiettivo di tutto il nostro sforzo didattico per quanto riguarda il calcolo mentale. Dobbiamo provvedere alla sua costituzione nella mente dell'alunno come se si trattasse di piantare dieci chiodi irremovibili perché su di essi appoggerà tutto il seguito dell'apprendimento.

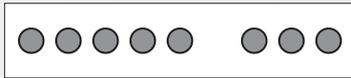
Ma in che modo possiamo superare il conteggio?

LETTURA INTUITIVA DELLE QUANTITÀ

Con una linea dei numeri così composta possiamo giocare come vogliamo a riconoscere le quantità e le posizioni senza conteggio.



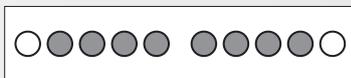
Possiamo evidenziare il numero 8: otterremo il *valore ordinale* del numero.



Possiamo evidenziare 8 palline: avremo il *significato cardinale* del numero.



Possiamo ribaltare l'immagine della quantità 8 e avremo un'immagine con lettura da destra (ribaltamento).



Possiamo costruire un 8 puntato al centro e avremmo un'immagine simmetrica scaturente dalla composizione di $4 + 4$.

Possiamo avere un 8 con prevalenza a destra o a sinistra e quanti altri ne vogliamo..

Computerizziamo nella visione queste diverse immagini con le stesse regole della percezione in cui siamo abilissimi per il fatto stesso di vedere senza aver imparato a farlo.

Tuttavia, come approfondiremo in seguito, non ci interessa tanto l'uso delle dita in sé come oggetti slegati, quanto l'uso dell'ordine delle dita.

Non semplicemente
l'uso delle dita, ma l'uso
dell'ordine delle dita

DENTRO A UNA MANO

Quali processi avvengono nella lettura d'immagine di una sola mano? Numerosi e stupefacenti.

I bambini imparano la quantità cinque immediatamente perché corrisponde a una mano, cioè a un'unità immaginativa unica.

Visualizzano chiaramente anche i numeri di confine 1 e 5 perché sono il primo e l'ultimo. Tuttavia, l'immagine nitida ai lati, perde consistenza all'interno perché abbiamo un numero di dita che supera il limite del *subitizing* di tre oggetti.

Il dito al centro in particolare si sottrae alla nostra definizione perché troppo lontano dai margini.

Riuscire a focalizzarlo mentalmente richiede un'accuratezza a cui molti alunni non sono avvezzi o di cui forse non capiscono la necessità. Rimarrà un loro problema per molto tempo.

Si perdono all'interno delle rispettive cinque tra il 3 e il 4, tra il 7 e l'8 e finisce che hanno sempre bisogno di controllare.

Abbiamo un dito di troppo rispetto alle potenzialità della mente. Per questo la matematica è difficile e miete vittime.

Numeri interni e numeri di
confine



Un dito di troppo

QUALE LINEA DEI NUMERI?

Impossessarsi dell'ordine delle dita delle mani è fondamentale per la costituzione di una linea dei numeri che ci permetta di espletare il calcolo mentale.

Dobbiamo infatti sempre sapere dove siamo anche all'interno di una sola mano stabilendo se siamo più prossimi alla parte destra o sinistra.

Ed è un compito più complesso di quanto sembri.

La questione invece di risolversi si complica presentando agli alunni la versione classica della linea dei numeri configurata come una retta frammentata da barrette con sotto i numeri.

Ci perdiamo totalmente come nel cielo tra le nuvole.

Perché?

Perché in questa linea dei numeri non si vedono le quantità. Riusciamo a vedere al loro posto delle barrette, ma dopo un po' scopriamo che non valgono da quantità, ma da separazioni nello spazio. Dove sono finite le quantità?

Con uno sforzo di immaginazione intuiamo che le quantità sono gli spazi vuoti tra le barrette che funzionano da loro confini. Pur accettando questa rivoluzione notiamo con stupore che i numeri rimangono a contrassegnare le barrette e non a connotare gli spazi intermedi come sarebbe giusto che fosse. Una contraddizione non da poco e di cui prendiamo atto.

Ogni quantità intesa come spazio vuoto ha quindi un confine destro e uno sinistro contraddistinto da un numero.

Ma la quantità 2 ora intesa come unità di spazio si trova a destra o a sinistra della relativa barretta? Per quale motivo dovrebbe trovarsi a destra e non a sinistra?

È un dubbio cruciale che è premessa a un grande disorientamento. Inoltre, se i numeri sono gli spazi allora dobbiamo ristrutturare le nostre idee anche a proposito delle mani.

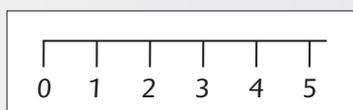
Dobbiamo desumere che le dita sono i confini e le quantità sono lo spazio tra di esse.

Constatiamo che il numero 2 si trova tra il primo e il secondo dito. Ma dov'è il numero 1? Qual è il suo confine sinistro?

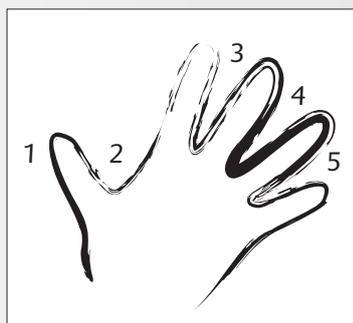
È lo zero. Quale zero? Cos'è questo zero iniziale che fa da confine immaginario? Ha lo stesso valore dello zero posizionale che troviamo più avanti nel 10? Questi due zeri hanno la stessa funzione?

La risposta è evidentemente negativa: si tratta di due zeri con origini differenti.

Quello posto all'inizio della retta numerica è un confine che trasforma tutto il sapere. Dopo di lui tutto quello che è vuoto diventa pieno e quello che è pieno diventa vuoto. È lo zero di origine indiana che segna il superamento della concezione geometrica dei numeri e inaugura la matematica del calcolo algebrico.

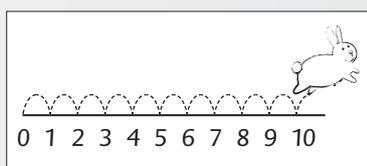


Non si vedono le quantità



Le dita come confini dei numeri?

Zero concettuale e
zero segnaposto



I salti del coniglietto...

Confondere i confini dei
numeri

Altra cosa è lo zero segnaposto che abbiamo nel 10, nel 100, nel 1000, ecc. che troviamo comune a molte scritture e che sembra abbia origini babilonesi. Non ci impressiona molto rispetto allo zero concettuale, il vero zero indiano fa sparire le cose cambiando il rapporto tra realtà e possibile.

CANCELLARE LO ZERO

Con questa linea dei numeri che risponde al bisogno di astrattezza e formalità del pensiero algebrico costringiamo gli alunni a un cambiamento notevole.

Se prima della scuola ciascuno di loro era spinto a identificare il numero come un oggetto tra due spazi, ora deve riconvertirsi: il numero è lo spazio tra due oggetti.

Era abituato a trattare con mattoni, palline e fiori e ora si trova a sommare e sottrarre rappresentazioni dello spazio vuoto.

Lo zero, cioè il nulla, si è inserito nel rendiconto analitico delle quantità. Più guardiamo questa linea più rischiamo di trovarci in crisi. Dove si trova esattamente il numero cinque? A sinistra o destra della barretta numero 5? Devo pensarci, ma più ci penso più corro il rischio di rimanere impaludato.

Contando devo fermarmi prima o dopo il cinque? Succede che molti bambini intelligenti, proprio per questa loro prerogativa, confondano il confine destro con il confine sinistro dei numeri rappresentati con questo modello. La loro mente troppo attiva sovrverte le immagini e ribalta i confini.

E, ripensando alle mani per estremo soccorso, dov'è il numero 5? Si trova a cavallo tra la prima mano e la seconda? O si trova nella prima mano prima del quinto dito?

Sono vittime di un sistema deputato alla giustificazione dottrinale e non al calcolo.

Questa linea dei numeri non serve per calcolare neppure ai matematici, serve unicamente a indicare che esiste una progressione ordinata di numerali e che questi numerali sono invisibili perché per i matematici il rapporto tra idee e realtà è invertito.

LA DISCALCULIA

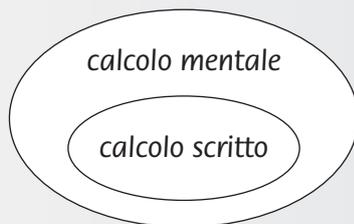
A scuola i bambini bravi lo sono in partenza.

Ascoltano se stessi attingendo a una risorsa interiore, cioè a una diversa linea dei numeri che hanno in testa in cui le cose sono cose e non idee. Quando l'insegnante spiega rimangono distaccati.

Altri altrettanto dotati, ma meno circospetti ascoltano l'insegnante che li porta sul terreno delle dimostrazioni disciplinari e

Non lottare contro il buio,
ma accendere la luce

L'approccio clinico



Dittatura del calcolo scritto

si smarriscono. Finiscono per confondere il confine destro con il confine sinistro dei numeri perché processano troppo velocemente le immagini: trentadue immagini al secondo. Sono dei percettivi unilaterali (Davis Ronald, 1998).

Potrebbe essere anche questa una delle motivazioni della discalculia.

LE CONDIZIONI DEL SUCCESSO

Se ci chiediamo quanti sono i bambini che salgono con facilità la montagna dei numeri ci accorgiamo che sono molti di più di quelli che sono in difficoltà.

Varrebbe la pena puntare l'attenzione sulla meraviglia con cui raggiungono la vetta senza sforzo piuttosto che investigare sulle difficoltà di chi ha smarrito il sentiero.

Molte ricerche concentrano il loro interesse sui fattori neurobiologici che rendono difficoltosa la «processazione» del numero. Ma è forse opportuno chiedersi se il problema di dare rappresentazione al numero non sia solo una proiezione di noi adulti che capovolgiamo i processi.

I bambini che sono competenti nel calcolo non si pongono questo problema perché nella loro mente transitano solo «palline».

CALCOLO MENTALE E CALCOLO SCRITTO

La distinzione tra calcolo mentale e calcolo scritto è alla base di tutto il nostro lavoro e deriva da considerazioni storiche, evolutive ed epistemologiche preliminari alla ricerca sul piano neuro-cognitivo.

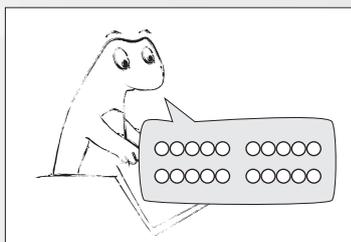
Le cifre scritte ci servono per il calcolo scritto che è un ripiego, una protesi costituita di carta e inchiostro per situazioni in cui la mente è in difficoltà per i suoi limiti di rappresentazione.

Il calcolo scritto è un paragrafo circoscritto del calcolo mentale, e non il contrario, poiché anche nel calcolo scritto applichiamo colonna per colonna le strategie del calcolo mentale.

Purtroppo a scuola l'introduzione all'ambito disciplinare diventa lo scopo della nostra attività e la matematica in senso lato, invece di rimanere un campo di creatività finisce per diventare *la religione dei numeri scritti*.

Il totem è il valore posizionale e lo zero il suo feticcio.

Consolidiamo una dittatura del calcolo scritto disciplinare sul calcolo mentale interiore e analogico che ignoriamo nelle modalità.



Quando penso alle quantità non mi preoccupo delle cifre



Quando opero con le cifre scritte non mi preoccupo delle quantità



Mi preoccupo per tutto

Vedere a occhi chiusi

I SEGRETI DEL SUCCESSO

Il segreto di un bambino che ha successo nel calcolo mentale è di non preoccuparsi né delle cifre né della disciplina che gli sta dietro. Esprimerà infatti il risultato in termini verbali latini.

Il segreto di un bambino che esegue un calcolo scritto è di non preoccuparsi delle quantità. Nel calcolo scritto si seguono procedure rigide e cieche.

La condizione degli alunni in difficoltà è di preoccuparsi sempre di tutto contemporaneamente, hanno i simboli scritti che circolano per la mente e pensano in termini di «h, da, u», si rappresentano il cambio.

Hanno insomma ascoltato l'insegnante contaminando i procedimenti naturali con la volontà del ragionamento.

Ritengono infatti che sei palline siano sei palline indipendentemente dalla disposizione comportandosi da concettuali anzitempo, perché sei palline non possono essere contemplate nella nostra immaginazione se non come immagine concettualizzata, perciò inservibile al calcolo.

Pensano di vedere, ma non vedono.

Astraggono la quantità dalla qualità delle immagini, mentre in questa situazione bisogna fare tutto fuorché astrarre.

I loro compagni più abili nel calcolo si limitano ad assecondare le immagini: vedono sei palline disporsi automaticamente nella dislocazione cinque più una, oppure tre più tre, ecc. Hanno intuito che è l'ordine il segreto del successo.

Essi vedono a occhi chiusi.

Quando anche i bambini in difficoltà arriveranno a questa meta avranno la sensazione di avvertire che tutto in realtà era più semplice di quel che pensavano. Si erano spinti troppo avanti nella scala delle congetture.

Perché avere paura dei numeri? I numeri non esistono.

3

La linea del 20: simulatore delle mani

La linea del 20 rappresenta la via della ritrovata semplicità perché i bambini imparano tutto con facilità se non li «formattiamo» con le nostre abitudini scolastiche.

UNA RIVOLUZIONE NEL LINGUAGGIO

In effetti assistiamo meravigliati alla facilità con cui i bambini apprendono con il computer grazie al sistema operativo windows che introduce il linguaggio dell'analogia e dei riferimenti iconici posizionali al posto dei codici.

Con *la linea del 20* vogliamo proporre lo stesso approccio.

Vogliamo assicurare lo stesso cambiamento di passare da dos a windows. Come per usare windows non serve un apprendistato da informatici così per eseguire il calcolo con *la linea del 20* non servirà un tirocinio da «matematici». Si imparerà senza una preventiva istruzione e le uniche parole saranno per chiarire come muovere il mouse o i tasti nel caso dello strumento.

Nella didattica convenzionale l'insegnante spiegava per settimane ciò che ora può essere evidenziato in una simulazione velocissima grazie allo strumento.

C'è un evidente risparmio di linguaggio e sono sufficienti alcune dimostrazioni senza commento perché gli alunni comprendano tutto. Indovinano, come davanti al computer o al telefonino, la forma di pensiero adeguata alla situazione, specie se possono vedere dei compagni all'opera. Apprendono, secondo Sheldrake per «risonanza morfica» cioè come attingendo a una memoria collettiva definita «campo morfico» (Sheldrake, 2000).

Ed è come se le competenze si trasmettessero l'un l'altro, oppure come se si risvegliasse in ognuno un software specifico per il calcolo.

Come opera lo strumento? Cosa succede nella mente tanto da rendere la comprensione così immediata?

Possiamo descrivere approssimativamente il processo in questo modo, considerando come esempio l'addizione $7 + 8$.

Durante la sua esecuzione avviene come un dialogo muto tra lo strumento che visualizza le quantità «come icone» e il sistema interpretativo della mente. Uno aiuta l'altro.

La mente detta il numero sette e lo strumento lo compone sulla linea dei numeri come un'icona. Gli occhi constatano che non c'è

DA DOS
A
WINDOWS



Il software del calcolo

Dialogo tra strumento e
mente

Linea del 20 come contatore

Linea del 20 come computer

Giochi topologici

più il numero sette, ma cinque più due. Lo strumento ha trasformato l'idea di quantità in immagine fruibile per il rilevamento istantaneo degli occhi.

La mente suggerisce la seconda entità da aggiungere, otto, e lo strumento la giustappone alla precedente dopo averla scomposta in tre + cinque. Ora il risultato «quindici» viene letto come la somma di due nuove immagini del dieci e del cinque.

Il tutto avviene in una computazione velocissima che sfugge al controllo del ragionamento.

Da una parte l'alunno dà disposizioni allo strumento, dall'altra recepisce gli input trasformati secondo le caratteristiche del *subitizing*. Lo strumento si limita ad adeguare le immagini delle quantità alle regole della lettura intuitiva senza fornire i risultati, poiché il vero elaboratore è la mente. Il suo ruolo è di fungere da interfaccia creando l'ordine dispositivo di cui la mente ha bisogno.

COME MUOVERE I TASTI?

L'uso più immediato dello strumento è di eseguire dei conteggi alzando o abbassando i tasti a uno a uno.

Quando ci accorgeremo che l'alunno comincia a prendere cinque o sette o dieci tasti in un sol colpo ne ricaveremo che sta sviluppando le strutture del calcolo intuitivo perché la mente è diventata più veloce del conteggio.

La vera funzione dello strumento è questa: favorire il superamento della procedura del conteggio non replicabile a livello mentale a causa della sua lentezza. Ciò per la maggioranza degli alunni avviene quasi subito.

Dobbiamo aver chiaro come insegnanti che gli alunni che contano rimangono sterilmente nella fase iniziale che permette loro a livello mentale di fare solo + 1. Devono evolvere.

QUALE TOPOLOGIA?

Quando hanno tra le mani *la linea del 20*, il primo impulso è di giocare con i tasti. Perché?

Si divertono a creare alcune delle migliaia di soluzioni combinatorie che si possono costruire con venti tasti.

E per fare questo gioco utilizzano i rapporti topologici, destra e sinistra, alto e basso, avanti e indietro che ben conoscono dalla nascita per il fatto di vedere.

A scuola, queste competenze vengono considerate come prerequisiti della matematica e fatte oggetto di specifiche esercitazioni.

Topologia come lettura di simmetrie e asimmetrie sulla linea dei numeri

Tuttavia, non possiamo disconoscere che anche un passero che vola nel cielo è costretto a compiere cento di queste operazioni al secondo, quando misura tutte le distanze che lo separano dall'ambiente per non finire contro un albero. Ma non è per questo un matematico. Questi rapporti topologici fanno parte del patrimonio istintivo della visione.

Nel calcolo mentale i rapporti topologici coinvolti, come vedremo, sono più sofisticati e riguardano i movimenti di traslazione e ribaltamento della numerazione mobile sulla linea dei numeri fissa. La linea dei numeri diventa l'ambiente artificiale in cui dobbiamo muoverci.

Ciascuna quantità intesa come immagine viene letta da destra, da sinistra o dal centro in base a un criterio di economicità.

Tutta l'attività di computazione ha il significato di un orientamento sulla linea dei numeri come se si trattasse di muoversi fisicamente avanti e indietro cercando di non travalicare il limite di tempo di tre secondi.

I REGOLI COLORATI

Lo strumento più diffuso nelle nostre scuole per l'acquisizione dei numeri e del calcolo sono i regoli colorati diffusisi in Europa a cominciare dal 1963.

Che ruolo hanno nel favorire la comprensione?

Proviamo a osservarlo considerando da vicino il pezzo numero «otto». Nel cercarlo nella scatola lo discriminiamo per il colore verde scuro. Nel caso avessimo scordato il suo colore sarebbero guai.

Qual è il numero otto?

Per non perderci in questo banale dubbio ed evitare di fallire in partenza dovremmo cercare di individuarlo in fretta con delle strategie. Partendo dal più grande, per essere più veloci, in un calcolo di probabilità arguiamo che dovrebbe trattarsi del terz'ultimo.

Per averne la certezza dovremmo padroneggiare l'intera scala dei numeri fino al 10 in modo da escludere che si tratti di un altro. Ma è proprio quello che stiamo cercando di imparare con questa attività.

Ci vuole insomma una competenza già raggiunta per riuscire a usare i regoli.

Inoltre sorgono altri dubbi sul loro contributo alla comprensione. Questo pezzo verde scuro è davvero il numero 8 o rappresenta la quantità otto in senso solo cardinale?

Il numero otto nel senso di ordinalità dovrebbe evidentemente essere rappresentato da un pezzo da «uno», l'ottavo.

Nei regoli colorati manca totalmente la percezione di questa ordinalità a meno che non la ricostruiamo prendendo tutti pezzi da uno e indicando l'ultimo dopo averli messi in riga.



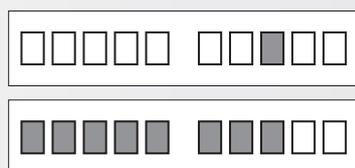
Questa è la quantità 8



Questo è il numero 8

Una rappresentazione
unilaterale della cardinalità
astratta

Regoli e abilità di calcolo



Esiste la quantità otto, ma non il numero «otto».

Insomma osservando questo pezzo verde scuro ci rendiamo conto che è una rappresentazione unilaterale e astratta di cardinalità. Una idea concettualizzata di quantità priva di spazio sia interno che esterno. Essendo privo di segmentazione interna non abbiamo modo, considerandolo in sé, di sapere di che numero si tratti. E guardando all'esterno ci troviamo privi di uno spazio contestuale per fare un confronto a meno che non lo sappiamo organizzare noi (Baroody, 1994).

Il regolo da 8 in definitiva rappresenta un'idea fluttuante nel vuoto, prodotto di una didattica che per strabismo si occupa di altre cose rispetto al suo compito di rispondere all'incombenza del calcolo.

Dopo la fase complicata di associazione colore- quantità, come si comportano i regoli colorati nell'esecuzione dei calcoli? Sono uno strumento che aiuta la mente o è la mente che utilizza lo strumento per dare visibilità ai procedimenti che ha già raggiunto?

Qual è il loro contributo?

Ogni insegnante che li ha usati può dare la risposta che ritiene valida. Resta il fatto comprovato che, per un bambino che li usa, il riferimento definitivo per il calcolo intuitivo resta la struttura delle nostre mani.

CARDINALITÀ E ORDINALITÀ

Con la linea del 20 tutte queste ambiguità sono risparmiate e posso visualizzare le dimensioni ordinale e cardinale in un attimo.

Questo è il tasto numero 8, il terz'ultimo tasto (ordinalità).

Questa è la quantità otto (cardinalità).

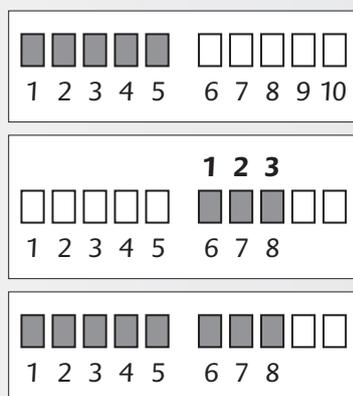
Chiediamo all'alunno di alzare otto tasti, oppure di alzare il tasto numero otto, ed è semplice come se gli chiedessimo di portarci otto matite, oppure la matita numero 8. Non cade mai in errore.

Sono operazioni che fanno parte dell'esperienza comune prima che della disciplina.

DISTINGUERE IL NUMERARE DAL CALCOLARE

Prima di cominciare tutto il percorso di istruzione ogni insegnante dovrebbe tener conto di un'ulteriore considerazione.

C'è una differenza importante tra conoscere i numeri e utilizzare questi numeri nel calcolo.



Numerazione temporanea nascosta

Ortodossia procedurale

Sospendere il calcolo

Imparare i numeri è facile: significa etichettare gli oggetti come quando diamo un solo numero civico alle abitazioni di una via. Esso non cambia mai.

Calcolare significa etichettare lo stesso oggetto più volte nel corso della stessa operazione. Ed è come se una casa cambiasse il numero civico tre volte.

Nell'operazione $5 + 3$ abbiamo:

una *numerazione di partenza*

una *numerazione temporanea* che sormonta la prima

una *numerazione finale* in cui si riconta tutto.

Ogni posizione viene etichettata dunque tre volte. All'inizio molti alunni sono disturbati da questa numerazione temporanea. Un grande vantaggio offerto dalla linea del 20 è che, nelle addizioni non c'è questa sovrapposizione: la quantità da aggiungere viene visualizzata quando i tasti sono ancora abbassati.

In definitiva, nel calcolo assistiamo a uno scorrimento di etichette sulla linea dei numeri che dà luogo a una serie infinita di ordinalità e cardinalità provvisorie a seconda della direzione del conteggio che scegliamo.

INTERDIZIONE NEL CALCOLO

Non tutti gli alunni sono in grado di comprendere subito questa instabilità funzionale della numerazione.

Per una sorta di fissità procedurale alcuni di essi identificano il numero sette sempre nel secondo posto della seconda cinquina corrispondente al settimo tasto partendo da sinistra. Hanno in mente la numerazione sulla linea dei numeri appesa alla parete.

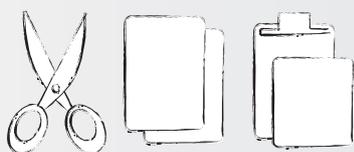
Nell'operazione $5 + 7$ dopo il cinque avanzano di soli due tasti e si fermano al numero 7, perché questo è il posto del numero 7.

Nessuno li ha mai avvertiti che qualsiasi tasto può rappresentare il numero 7 e che i numeri della retta numerica non vanno sempre presi in considerazione. Qualche volta bisogna fingere di non vederli.

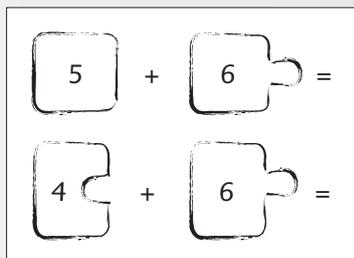
La maggior parte degli alunni lo scoprono da soli.

In casi particolarmente gravi questa specie di ortodossia procedurale tarda a recedere tanto da consigliare di sospendere il calcolo. Questo non significa tuttavia abbandonare lo studio dei numeri.

Le quantità come immagini



Taglia-Copia-Incolla
come in windows



In attesa che il software del calcolo arrivi a maturazione vale la pena proseguire nella conoscenza dei numeri anche fino al 1000 nelle opportune maniere (vedi la tabella del 1000 in *Calcolare a mente*, 2002, Trento, Erickson) curando di astenersi dal calcolo.

È più facile per essi riconoscere 650 palline all'istante che non eseguire un calcolo entro il 10. Queste due competenze possono avanzare come su binari diversi.

STRATEGIE DI CALCOLO

Il calcolo è quindi il risultato di una computazione profonda che lo strumento ci aiuta a portare a termine senza che ci sia bisogno di padroneggiare razionalmente il processo.

Poiché siamo ancora in ambito non disciplinare trattiamo le quantità con le modalità della percezione, cioè come pezzi di un puzzle da comporre o scomporre avanzando o retrocedendo sulla linea dei numeri. Eseguire delle sottrazioni o delle addizioni è un lavoro di forbice e colla. Dobbiamo trovare il modo più economico per giustapporre le immagini (addizione) o per decurtarle dal lato più comodo (sottrazione).

E in questo procedere esaminiamo privilegiatamente i confini di queste immagini scegliendo in una frazione di secondo una delle strategie per fare più presto. Utilizziamo strategie della mente che non corrispondono a quelle indicate dalla disciplina.

Per risolvere un'addizione che vediamo sul quaderno è possibile che eseguiamo mentalmente una sottrazione e il contrario.

Ad esempio per risolvere $10 - 8$, compio un'addizione di riempimento: parto da otto e vado a dieci.

E ciò vale anche per la moltiplicazione e la divisione che a livello di algoritmo scritto consistono in un agglomerato di altre operazioni: addizione, replicazione, confronto resto e avanzo, ecc.

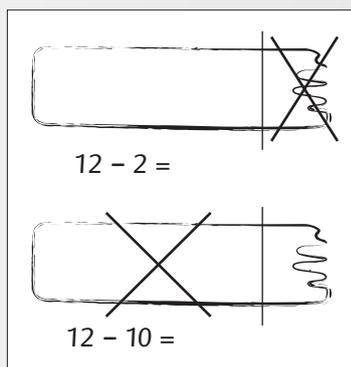
Tra le innumerevoli operazioni della mente e le quattro operazioni riduttive della disciplina il rapporto è associativo e strumentale.

STRATEGIE DELL'ADDIZIONE E DELLA SOTTRAZIONE

Quali sono le strategie intuitive principali quando eseguiamo un'addizione o una sottrazione con lo strumento?

Possiamo distinguerne due per tipo di operazione.

Nelle addizioni, alle volte è sufficiente accostare i due addendi perché hanno un confine che si presta alla saldatura, come nell'operazione $5 + 6 = 11$.



Evitare il conteggio a ritroso

Altre volte, come nell'addizione $4 + 6$ dobbiamo capovolgere l'immagine del 6 come se si trattasse di un pezzo di puzzle ribaltato.

Nella sottrazione la strategia varia a seconda di come scegliamo di abbassare i tasti dall'inizio o dalla fine del nastro delle quantità da decurtare, per fare più presto.

Nella sottrazione $12 - 2$ abbassiamo gli ultimi due tasti partendo dalla fine.

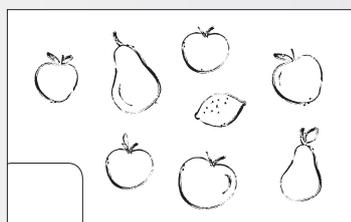
Nella sottrazione $12 - 10$ abbassiamo dieci tasti in un sol colpo partendo dall'inizio.

Ogni volta scegliamo una strategia per evitare il conteggio, soprattutto quello a ritroso che oltre che comportare un grande assorbimento di energie non porta ad alcuna abilità.

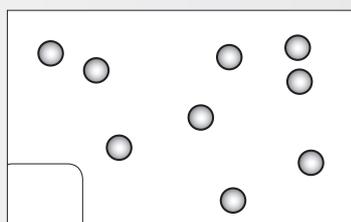
E in questo lavoro di scelta dobbiamo sempre curare la spontaneità e libertà dalla disciplina.

COSA NON FARE

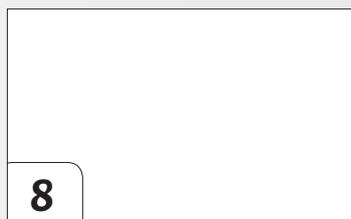
Prima di considerare le fasi propositive del percorso con lo strumento può essere utile indicare alcune attività, tra le più ricorrenti nei quaderni che risultano scarsamente utili.



Quanti sono?



Scrivi il numero di palline



Disegna la quantità

1. È un'attività inutile partire da rappresentazioni della realtà presentando mele o banane o bicchieri, perché è stato riscontrato che abbiamo l'attitudine a considerare gli oggetti come dei punti «doz».

Possiamo per essere più semplici e diretti rappresentare gli oggetti come dei punti o delle palline.

2. Chiedere di contare le palline di un insieme disposte casualmente è un esercizio inutile perché ci relega costantemente nella fase della conta.

3. Chiedere di disegnare le quantità corrispondenti a un dato numero è un esempio di trascodificazione dal sintattico al semantico. È come chiedere il significato di una parola imparata senza senso. Serve solo all'insegnante come controllo.

*Già abbiamo dei simboli,
perché introdurne di altri?*

NON INSISTERE SUI SIMBOLI K, H, DA, U

L'introduzione dei simboli «k, h, da, u» è un sintomo di come l'attenzione della didattica sia puntata sulla scrittura allo scopo di cercare una giustificazione semantica che non può essere trovata.

È una strada che porta verso lo smarrimento perché nasconde una mancata elaborazione del lutto della scrittura. Vengono in pratica introdotti nuovi simboli per spiegare quelli che già ci sono.

Ma quali sono gli esercizi utili?

Sono quelli che si limitano a presentare la semantica cioè le palline disposte in un ordine irriducibile al linguaggio. Il resto segue da sé senza bisogno di spiegazioni.

4

Scegliere l'essenzialità

Fare pochissimo, solo l'essenziale

Come deve predisporre l'insegnante per affrontare l'insegnamento con questo nuovo approccio?

Cosa e quanto fare?

L'idea che deve avere entrando in classe è di fare pochissimo. Il metodo analogico è il metodo del silenzio, dell'istantaneità, della simulazione che sostituisce le inutili spiegazioni verbali.

È la concentrazione nel profondo del presente, dove ognuno troverà la luce quando non sarà la volontà a dirigere la ricerca, ma la fiduciosa attesa e l'accettazione.

Il processo della conoscenza supera la nostra capacità di controllo.

NON C'È LOGICA/GUARIRE DALLA CONCETTUALITÀ

L'impegno è di liberarsi dalla forma di pensiero che identifica il calcolo come il risultato di un'attività di ragionamento.

Il ragionamento, come spiegato, non produce calcolo, poiché esamina retrospettivamente la situazione. Qui invece dobbiamo fare solo un rendiconto di oggetti, e bisogna diventare semplici come i bambini che quando aprono gli occhi prendono contatto con gli oggetti unitamente alla forma come elemento qualificante.

Dobbiamo cioè guarire dalla concettualità che non vede la disposizione.

Osservando la configurazione dello strumento prendiamo atto che non c'è nulla di dovuto.

Non c'è logica che i tasti siano suddivisi in due decine, che tra il cinque e il sei ci sia più distanza che tra il sei e il sette, che l'otto sia intermedio, che il nove sia quasi di confine, che il dieci sia a destra e non a sinistra.

Non c'è logica che operando si cominci a numerare alzando i tasti da sinistra, salvo poi a invertire la direzione quando ce n'è bisogno per fare più in fretta.

Non c'è logica che siamo sempre in gara contro il tempo per ovviare ai limiti della nostra mente tanto da dover ricorrere a uno strumento come questo come a una protesi.

Agiamo nella cecità immaginativa oltre il tre.

Per capacitarsi del metodo analogico che è la modalità della conoscenza impulsiva è sufficiente concentrarsi nelle proprie sensazioni perché ogni insegnante è stato un bambino e ha imparato in

La nostra mente ha dei limiti

Nel silenzio e nell'essenzialità i bambini leggono nel nostro pensiero

Il ritmo ciclico del respiro

La pausa

Il linguaggio è evocativo

questo modo. Basta chiudere gli occhi e imparare a vedere prendendo atto dei nostri limiti.

FARE L'ESSENZIALE, SOLO L'ESSENZIALE

Dobbiamo come insegnanti fare pochissimo e solo l'essenziale, perché i bambini possano distinguere come in una scala di priorità ciò che è veramente importante per investire le proprie energie conservando il senso di unità.

Sintonizzarsi nell'essenzialità è il modo per stabilire una diretta connessione con gli alunni che prima di tutto debbono intercettare nella nostra mente il senso globale di quello che andremo a presentare loro.

Come faccio a eseguire un'addizione se non ho l'idea di cosa sia un'addizione? Come faccio a sapere cos'è il calcolo se prima non ho visto di cosa si tratta?

In un certo senso si imparano le cose partendo dalla fine.

I bambini bravi lo sono fin dall'inizio perché hanno intuito il senso generale del lavoro che stiamo per proporre loro. Lo hanno letto nel nostro pensiero indovinando dove vogliamo andare a parare. Ci precedono.

Quando siamo essenziali e nel silenzio, i bambini sono nella condizione migliore per leggere nel nostro pensiero. Sono in sincronia cioè con il nostro ritmo di elaborazione mentale. Condividono le nostre immagini che si succedono con il ritmo ciclico dell'energia calibrato sul respiro.

Quando chiediamo $8 - 3$ comprendiamo come insegnanti che ci vogliono tre secondi perché le immagini prima si formino distintamente e poi si fondono. Alla fine concediamo una frazione di secondo per dare il tempo di cancellare.

La pausa finale tra un respiro e l'altro è il momento della ristrutturazione in cui l'alunno non deve essere disturbato. Non possiamo rubargli questo momento di solitudine.

A differenza dei metodi convenzionali l'insegnante deve prepararsi all'idea che gran parte degli alunni bruceranno le tappe verso la comprensione scavalcando la nostra comoda calendarizzazione.

Bruciano il tempo delle nostre pause.

Capiscono con due parole, nel senso che per loro il linguaggio è solo evocativo di un processo che avviene al loro interno.

Gli altri sono in difficoltà, sono in un certo senso fuori tempo perché la loro mente è occupata in riflessioni che riguardano l'ambito disciplinare: hanno le cifre che gli frullano in testa, sono tesi nella congettura. Riusciranno a comprendere cosa sia veramente la concretezza del calcolo in un attimo di sospensione quando si distrarranno dal pensare alle cifre.

Scoprire il rilassamento della visione

Economizzare energie

Facciamo sempre le stesse cose

Presentare tutto e subito

Scopriranno il rilassamento della visione.

Un'ulteriore motivazione per essere essenziali è che alla fine ogni alunno dovrà sintetizzare quanto ha ascoltato in una lezione o in un ciclo di lezioni, in una rappresentazione complessiva che avrà il sapore di una liberazione: ora finalmente ho capito!!!

Ma più di ogni altro c'è un motivo di amore per i bambini che vivono la scuola come un investimento costoso di energie. Quasi sempre avremmo potuto fare più in fretta. Quasi sempre avremmo potuto risparmiare delle parole per non incrinare il meccanismo selettivo della loro attenzione.

In definitiva dovremmo preoccuparci di fare il meno possibile guadagnando sempre più in chiarezza e incisività.

I bambini estremizzano l'induzione analogica come via privilegiata alla conoscenza. Lo hanno fatto fin dalla nascita quando con pochissimi elementi hanno inquadrato tutta la realtà.

Anche in questa situazione hanno la ricchezza di comprendere che facciamo sempre le stesse cose. Questo è il significato di analogia.

QUANDO COMINCIARE CON LO STRUMENTO?

Fare pochissimo, ma quando cominciare?

La risposta è: subito.

- Perché i bambini hanno un'idea di calcolo corretta prima che la scuola la contamini.
- Perché più si stempera il percorso più si perdono energia ed entusiasmo.
- Perché più lunga è la strada più dobbiamo alla fine sintetizzare.
- Perché soprattutto con questa organizzazione della scuola c'è tempo per fare solo le cose essenziali lottando contro la frammentazione e le ansie di evitamento degli alunni.
- Perché anche gli insegnanti hanno bisogno di vivere con successo il loro lavoro.

Se presentiamo tutto e subito agiamo nelle modalità dei bambini che vogliono imparare a usare il computer pretendendo di fare da soli dal primo momento. Non vogliono procedere un tasto alla volta.

I bambini vogliono tutto e subito perché, rispetto a noi, vivono la pressione di un presente senza divisione.

«Con lo strumento imparo a fare i calcoli subito e se non ci riesco ci riprovo, ma desidero che non mi diate spiegazioni. Preferisco piuttosto che mi mostriate come si fa in silenzio, muovendo i tasti.»

Più sono in difficoltà più il loro presente è accelerato.

Costruire risposte automatizzate

Vedere a occhi chiusi

Come sganciarsi dallo strumento

COSTRUIRE UNA MEMORIA

Quando gli alunni arrivano a usare efficacemente lo strumento e questo succede in pochi giorni, la fatica non è finita, anzi si direbbe che comincia.

Dobbiamo imparare a fare i calcoli senza strumento e poi ancora costituire un magazzino di risposte sempre più automatizzate in modo da evitare il dispendio dell'elaborazione processuale.

Bisogna costituire le basi di una memoria per oggetti non emozionali come sono i risultati delle operazioni.

E per fare tutto ciò bisogna chiudere gli occhi e rivolgere l'attenzione all'interno.

Bisogna imparare a vedere a occhi chiusi.

I bambini in difficoltà non vogliono chiudere gli occhi perché sono agganciati alla percezione esterna come a una sicurezza.

Far comprendere loro questa necessità è un compito arduo perché questi bambini a ogni nostro invito aprono ancora di più gli occhi sull'esterno. Non capiscono in che modo devono impegnarsi. Viziati anche dal consumo televisivo sgranano gli occhi cercando degli aiuti esterni invece di ruotarli per consultare le immagini interne.

Si intossicano progressivamente di spiegazioni.

FADING: TRE MOMENTI

Possiamo identificare vari momenti di progressivo distacco/svezzamento dallo strumento (*fading*).

- Nella prima fase gli alunni utilizzano lo strumento per eseguire addizioni e sottrazioni.
- Nella seconda operano con lo strumento davanti, chiuso senza toccare i tasti.
- Nella terza fase operano nel quaderno con una linea dei numeri costituita di palline che sostituiscono i tasti.
- Nella fase finale operano senza la vista dello strumento e della linea iconografica. Significa che il riferimento è diventato solido e duraturo nella loro mente come aver piantato dieci chiodi a distanza di cinque da cinque.

SILENZIO CONCETTUALE

Tuttavia il successo nell'apprendimento dipenderà soprattutto dell'operatore che deve avere il coraggio per se stesso di ripristinare una via di essenzialità e di pulizia raggiungendo la semplicità e l'intelligenza dei bambini, che nascono geniali senza essere concettuali come noi.

Alcune disposizioni potrebbero conformarsi al seguente decalogo di intenti.

Decalogo del metodo analogico

- 1.** Limitare il linguaggio verbale
 - 2.** Credere al silenzio come strumento per sviluppare l'intuizione
 - 3.** Presentare solo i fatti e non le connessioni
 - 4.** Privilegiare le simulazioni alle spiegazioni
 - 5.** Avvertire la conoscenza come un'emozione
 - 6.** Credere che ognuno ha in sé tutto ciò che gli serve per capire
 - 7.** Avere fiducia nella mente che lavora da sola
 - 8.** Preferire le immagini interne alle immagini esterne
 - 9.** Rinunciare al controllo sul processo di conoscenza
 - 10.** Concepire la conoscenza come un allargamento della percezione interiore, come un dono
-

5

Come cominciare in classe

Cominciare subito

Dunque la grande decisione è iniziare il programma già nei primi giorni di scuola.

Ma come cominciare? Con quale attività se i bambini non sanno né leggere, né scrivere?

ATTIVITÀ PREPARATORIA

L'attività qui proposta come primo approccio è di carattere orale e si sviluppa in una quindicina di minuti durante i quali viene presentato tutto il percorso di comprensione del calcolo che viene qui descritto minuziosamente attraverso venti sequenze, ciascuna della durata di pochi secondi.

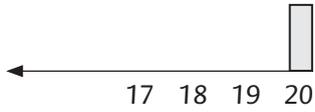
L'attività, da ripetersi per vari giorni, scegliendo il momento più giusto, si presta sia a lezioni collettive, sia a interventi individuali.

È un sunto generale in chiave di ordinazione anticipata.

L'insegnante dalla cattedra opera con il suo strumento e gli alunni ripetono l'esercizio con il proprio.

15 minuti di attività orale

<p>FASE 1</p> <p>NUMERARE PARTENDO DA SINISTRA</p> 	<p>Partenza a tasti abbassati L'insegnante alza e abbassa i tasti uno a uno partendo da sinistra Gli alunni lo seguono contando con il proprio strumento: uno, due, tre, quattro...</p>
<p>FASE 2</p> <p>NUMERI CUGINI</p> 	<p>Partenza a tasti abbassati L'insegnante conta alternando un tasto della prima decina e uno della seconda I bambini ripetono: uno undici due dodici tre tredici quattro quattordici</p>

<p>FASE 3</p> <p>NUMERARE ALL'INDIETRO</p> 	<p>Partenza a tasti abbassati L'insegnante alza l'ultimo tasto e inizia una numerazione all'indietro: venti, diciannove, diciotto, diciassette...</p>
<p>FASE 4</p> <p>NUMERARE PARTENDO DA DESTRA</p> 	<p>Partenza a tasti abbassati L'insegnante alza l'ultimo tasto, il ventesimo, e inizia a contare verso sinistra: uno, due, tre, quattro... La nuova numerazione sormonta quella fissa.</p>
<p>FASE 5</p> <p>ALTRE NUMERAZIONI</p>	<p>L'insegnante inizia a sollevare i tasti partendo dal centro o da altre posizioni prese a caso I bambini contano intuendo che esiste una diversa ordinalità a seconda di dove cominciano a contare</p>
<p>FASE 6</p> <p>ORDINALITÀ E CARDINALITÀ</p>	<p>L'insegnante chiede a un alunno: alza il tasto numero 7 (significato ordinale)</p>
<p>FASE 7</p> <p>LETTURA INTUITIVA DELLA QUANTITÀ 5</p>	<p>Obiettivo: esercitare la lettura senza conteggio delle quantità L'insegnante alza cinque tasti consecutivi: quanti sono?</p>
<p>FASE 8</p> <p>LETTURA INTUITIVA DELLA QUANTITÀ 6</p>	<p>L'insegnante alza i primi sei tasti (immagine canonica del 6): quanti sono? Alza ancora 6 tasti nella seconda decina (traslazione): quanti sono? Alza ancora 6 tasti cominciando dal numero 20 (ribaltamento), ecc. Continua a evidenziare la quantità 6 in tutte le soluzioni combinatorie</p>
<p>FASE 9</p> <p>LETTURA INTUITIVA DELLE QUANTITÀ 7, 8, 9</p>	<p>Quanti sono? L'insegnante alza 7 tasti, 8 tasti o 9 tasti componendoli in vari modi sulla linea dei numeri I bambini si esercitano a rispondere nel tempo più breve possibile senza conteggio</p>
<p>FASE 10</p> <p>LETTURA INTUITIVA DI QUANTITÀ SUPERIORI AL 10</p>	<p>Quanti sono? L'insegnante alza quantità superiori al 10, con le stesse modalità precedenti</p>

<p>FASE 11 SCOMPOSIZIONE INTUITIVA DEL 10</p>	<p>Obiettivo: incrementare la velocità di riconoscimento dei numeri complementari entro il 10 Partenza a tasti abbassati Alziamo due tasti: quanti tasti mancano?</p>
<p>FASE 12 SCOMPOSIZIONE INTUITIVA DEL 20</p>	<p>Obiettivo: incrementare la velocità di riconoscimento dei numeri complementari entro il 20 Alziamo un tasto: quanti ne mancano? Alziamo due tasti: quanti ne mancano?</p>
<p>FASE 13 ADDIZIONI ORALI</p>	<p>Svolgiamo la prima addizione muovendo lo strumento e utilizzando il termine «più» al posto di «aggiungi» Partenza a tasti abbassati cinque più cinque più cinque più cinque, uguale venti</p>
<p>FASE 14 ADDIZIONI ORALI CON LO STRUMENTO</p>	<p>Ora gli alunni sono in grado di ripetere l'operazione con il proprio strumento cinque più cinque più cinque più cinque uguale venti</p>
<p>FASE 15 ADDIZIONI SCRITTE SULLA LAVAGNA</p>	<p>Scriviamo sulla lavagna usando per la prima volta il simbolo scritto dell'addizione $5 + 5 + 5 + 5 = 20$</p>
<p>FASE 16 SOTTRAZIONI ORALI</p>	<p>Svolgiamo sulla cattedra la prima sottrazione con lo strumento usando il termine «meno» Partenza a tasti tutti alzati Venti meno cinque uguale quindici</p>
<p>FASE 17 SOTTRAZIONI ORALI CON LO STRUMENTO</p>	<p>Gli alunni svolgono la stessa operazione con il loro strumento Venti meno cinque uguale quindici</p>
<p>FASE 18 SOTTRAZIONI SCRITTE SULLA LAVAGNA</p>	<p>Svolgiamo la stessa operazione sulla lavagna usando per la prima volta i simboli scritti della sottrazione $20 - 5 = 15$</p>
<p>FASE 19 ADDIZIONI A STRUMENTO CHIUSO</p>	<p>Scriviamo alla lavagna: $5 + 5 + 2 =$ Spieghiamo agli alunni che devono risolvere il calcolo guardando lo strumento ma senza toccare i tasti</p>
<p>FASE 20 SOTTRAZIONI A STRUMENTO CHIUSO</p>	<p>Scriviamo alla lavagna: $20 - 6 =$ Spieghiamo agli alunni che devono risolvere il calcolo guardando lo strumento ma senza toccare i tasti</p>

La mente registra le cose che diciamo e il tempo in cui le diciamo

Bastano solo alcune reiterazioni di questa attività per rimanere stupiti di come molti alunni comprendano tutto, come se questo genere di lavoro facesse parte di un repertorio già visto.

L'essenzialità e la sintesi hanno permesso una trasmissione diretta del materiale come se fosse stato metabolizzato e già digerito.

Tuttavia il segreto per raggiungere una grande efficacia è il tempo della nostra interazione con gli alunni.

Dobbiamo registrare il nostro tempo su quello dei bambini creando una simmetria di sequenze domanda-risposta come se si trattasse di una musica.

Dobbiamo sincronizzarci nel ritmo se vogliamo avere una comunicazione profonda.

Questo perché, nel nastro della memoria, gli alunni memorizzano sia le cose che diciamo, sia il tempo in cui le diciamo.

Il vantaggio della ritualità è di esonerare la loro memoria dal gravoso compito di valutare in anticipo la lunghezza delle sequenzialità.

Come sincronizzarsi?

Come produrre questo stato di sincronizzazione?

Predisponendoci, noi stessi e gli alunni a questo momento come a un rito di grande intensità, con un atteggiamento di compostezza gestuale e con la ferma volontà a non rompere il ritmo ciclico dell'attenzione misurato sul respiro, che è fatto di azioni e pause regolari.

Tre secondi è il tempo per la domanda e per la risposta e al termine tutto è concluso e cancellato.

Non rompere il ritmo

Ai bambini brillano gli occhi puntati sullo strumento per l'attesa di una successiva domanda: non possiamo ritardare di qualche secondo.

È da aggiungere che, nell'apprendimento intuitivo, agiamo sempre in una considerazione di sintesi e unità, qui nel presente, annullando il tempo.

Eseguendo intuitivamente un calcolo come $10 - 7$ coinvolgiamo tutte le regole del calcolo mentale e siamo pronti a eseguire $100 - 70$ oppure $1000 - 700$ nella stessa temporaneità.

Come un ologramma

Nel metodo analogico ogni frammento è un «ologramma», cioè una fotografia del tutto, così come nel nostro organismo ogni cellula lo è del nostro corpo.

In questa condizione la conoscenza si espande come una vibrazione sempre più forte che unisce le persone che vi partecipano.